









**Die  
ersten Elemente  
der  
Astronomie und Chronologie,**

**von**

**Ferdinand von Schmöger,**

Doktor der Philosophie, Professor der Physik, Astronomie, Meteorologie  
und Chemie an dem Königl. Bayer. Lyceum zu Regensburg, ordentlichem  
Mitgliede der naturforschenden Gesellschaft zu Halle, und Ehren-  
mitgliede des pharmaceutischen Vereines in Bayern.

---

**Regensburg, 1830.**

**Bei Friedrich Pustet.**

W.

1823







---

## V o r r e d e.

---

**D**ieses Buch entstand aus den Heften, die ich mir, als Leitfaden für meine Vorlesungen über Astronomie und Chronologie am Königl. Lyceum dahier, seit mehrern Jahren zusammengeschrieben habe. Es liegt in der Natur eines Compendiums, dass weder der Inhalt, noch die Form neu ist, und Sachverständige werden daher leicht die Vorbilder erkennen, die von mir benützt worden sind; aber zugleich nicht verkennen, dass jene Benützung mehr als blosser Nachahmung geblieben ist. Übrigens wird vielleicht mancher Leser dafür halten, dass ich zu viel Kalkul aufgenommen habe. Allein ich bin der Meinung, dass überhaupt in dem Studium der Natur nur eben so viele Wissenschaft als Mathematik sey, und dass insbesondere durch die sogenannten populären Vorträge über mathematische Disciplinen gründliches Studium und ernstes Nachdenken nicht befördert, und in astro-



nomischer Beziehung keine Überzeugung von der Einrichtung des Weltgebäudes erlangt werde.

Möchte meine Arbeit recht Viele zur Beschäftigung mit einer Wissenschaft anregen, die » so vielfachen Stoff zu edler Geistesnahrung » gewährt, und, vor allen ohne Rückschritt fort- » gehend, das unabsehlich Grosse, in grenzen- » losen Zeiten und Räumen sich Bewegende, » ihren unwandelbaren, ewig gültigen Gesetzen » unterwirft. «

Regensburg, im May 1830.

Der Verfasser.



---

# A s t r o n o m i e.

## E i n l e i t u n g.

### V o n d e r A s t r o n o m i e ü b e r h a u p t.

---

#### §. 1.

**Erklärung.** Astronomie, Sternkunde, Himmelskunde, stammt von ἀστήρ Stern und νόμος Gesetz, und bezeichnet also in seiner ursprünglichen und natürlichen Bedeutung nichts anders als Regel und Gesetz der Sterne. Sie ist aber der Inbegriff aller Kenntnisse, die wir von dem Weltgebäude, d. h. von der Grösse, Entfernung, Bewegung und Beschaffenheit der Himmelskörper besitzen und erlangen können, und unterscheidet sich demnach wesentlich von der Astrognosie und Astrologie.

#### §. 2.

**Zusatz.** Die Astronomie soll also theils lehren, wie man aus den beobachteten und scheinbaren Bewegungen der Gestirne ihre wahren Bewegungen, ihre wahren Entfernungen u. s. w. herleiten kann, theils soll sie uns mit dem bekannt machen, was man von der natürlichen Beschaffenheit der Himmelskörper entdeckt hat. Der erstere Gegenstand ist der wichtigste, und konnte wegen der unabänderlichen Gesetze, denen die himmlischen Bewegungen unterworfen sind, mit der grössten Vollkommenheit und Ge-



nauigkeit erforscht werden. Er ist es daher vorzüglich, auf welchen die astronomischen Forschungen von jeher gerichtet gewesen sind. Man pflegt die dahin gehörigen Lehren der Astronomie in zwei Abtheilungen zu bringen, und sie zusammen theoretische Astronomie zu nennen.

1) Die sphärische Astronomie, welche die Erscheinungen, so wie sie sich am Himmel darstellen, betrachtet, die Lage oder Stellung der Gestirne gegen die Kreise, welche man sich am Himmel denkt, kennen, und diejenigen Aufgaben auflösen lehrt, die man aus der Trigonometrie auf die Astronomie anwendet.

2) Die theorische Astronomie, welche aus der Beobachtung die wahren Lehren der Himmelskörper zu bestimmen, und also zu entscheiden sucht, ob die Unregelmässigkeiten, die wir im scheinbaren Laufe mancher aus ihnen bemerken, nicht vielleicht bloss daher entstehen, weil wir sie aus einem ungünstigen Standpunkte sehen, oder weil wir vielleicht gar unsern Standpunkt verändern. Sie lehrt also, was sich durch Schlüsse des Verstandes von der wahren Einrichtung des Weltgebäudes erforschen lässt.

Eine Abtheilung der letztern ist die physische Astronomie, welche die Naturgesetze angibt, nach denen die Bewegungen der Himmelskörper erfolgen, und diese selbst daraus nach den Regeln der Mechanik berechnen lehrt. Zu ihr muss man auch die Kenntniss dessen rechnen, was wir über die natürliche Beschaffenheit entfernter Weltkörper beobachten können.

### §. 3.

Anmerkung. In diesen Abtheilungen ist das ganze System der Astronomie enthalten. Aber, um selbst das Gebiet dieser Wissenschaft zu erweitern, muss man sich noch ausserdem die Kunst zu beobachten erwerben, und in der Ausführung der vielen und weitläufigen Rechnungen, welche die Astronomie fordert, Fertigkeit besitzen. Die beiden letztern Gegenstände, welche in der beobachtenden und der rechnenden Astronomie vor-



getragen werden, machen den (unserm Zwecke grösstentheils fremden) praktischen Theil der Astronomie aus.

§. 4.

**Anmerkung.** Die Astronomie ist eigentlich der letzte und sublimste Theil der angewandten Mathematik, der alle ihre vorhergehenden Theile, so wie die sämtlichen physikalischen Doktrinen, die reine Mathematik und insbesondere die Trigonometrie und höhere Analysis, ja selbst die Chemie, als Hülfswissenschaft begehrt. Wenn daher die Sternkunde unter den Naturwissenschaften den obersten Platz einnimmt, und sich nur wenigen Ausgewählten in ihrem ganzen Glanze darstellt; so genügen doch auch geringere, wenn gleich immer gründliche, Vorkenntnisse, um sich eine deutliche und mehr als oberflächliche Überzeugung von der Einrichtung des Weltgebäudes zu verschaffen.

§. 5.

**Anmerkung.** Der objektive Nutzen der Astronomie ergibt sich aus ihrer Unentbehrlichkeit für die mathematische Geographie, Nautik, Chronologie und Gnomonik; ihr subjektiver Werth ist im grössten Masse derjenige des Naturstudiums überhaupt: Vervollkommnung unserer philosophischen Bildung, Erhebung und Stärkung des Geistes, Belebung unserer religiösen Gefühle.

§. 6.

**Anmerkung.** Ohne Zweifel ist die Astronomie eine der ältesten Wissenschaften. Die Betrachtung der Gestirne ist dem Menschen, selbst im rohen Zustande der Natur, sehr nahe gelegt. Der prächtige Anblick des gestirnten Himmels, die Nothwendigkeit einer Eintheilung der Zeit, um Verrichtungen des Ackerbaues u. dgl. gehörig zu besorgen, mussten schon frühe zur Aufmerksamkeit auf den Lauf der Himmelskörper antreiben. Durch gesammelte Erfahrungen und Beobachtungen wurden diese



ersten rohen astronomischen Kenntnisse allmählig erweitert und berichtigt. In den neuern Zeiten ist sie endlich durch Hülfe vorzüglicher Werkzeuge und analytischer Rechnungen zu einem hohen Grade der Vollkommenheit gebracht worden.

1) Vom Ursprunge der Astronomie bis Thales (600 J. v. Chr.). — Spuren astronomischer Beobachtungen nach Noah (2350), in China beobachtete Conjunction von 5 Planeten (2449), Perioden der Chaldäer (1900), Hundsternperiode der Ägypter (1321), Kalender des Romulus (750) und Numa (712).

2) Von Thales bis zur Eroberung von Alexandrien (641 J. n. Chr.). Die Griechen begründen die Lehre der stetig- ausgedehnten Grössen und somit auch das Lehrgebäude der Astronomie. — Thales verkündigt den Ägyptern eine Sonnenfinsterniss (585 v.), Anaximander errichtet einen Gnomon, beobachtet die Schiefe der Ekliptik, verfertigt eine Himmelskugel und Landkarten (615 v.), Pythagoras (geb. 540 v.) vermuthet die Bewegung der Erde; Mondenjahr des Meton und Euktemon (433 v.) und des Kalippus (331 v.), Fixsternverzeichnisse des Aristill und Timocharis (290 v.); Aristarch lehrt die Bewegung der Erde (280 v.), Eratosthenes versucht eine Gradmessung (270 v.), Hipparch bestimmt die Grösse des Sonnenjahres, die Ungleichheiten des Mondlaufes, entdeckt die Verrückung der Äquinocialpunkte, zeigt die Excentricität der Planetenbahnen, lehrt die geographische Breite und Länge u. s. w. (160 — 120 v.), Ptolomaeus verfasst das erste vollständige System der Astronomie, *μεγάλη σύνταξις*, Almagest (125. n.). — Sulpicius Gallus verkündigt eine Sonnenfinsterniss (168 v.), Julius Caesar lässt vom Sosigenes den Kalender verbessern (44 v.), August vom Manlius einen Gnomon errichten. — Im 2. Jahrhundert v. Chr. wird in China ein astronomisches Tribunal gestiftet, im 1. nach Chr. dort ein Fixsternverzeichniss gemacht; in Persien versucht man die Einführung des Sonnenjahres (629 n.).

3) Von der Eroberung von Alexandrien bis zu jener von Constantinopel (1453 J. n. Chr.). — Stillstand in den astronomischen Forschungen; dann Araber unter Almamun (812 — 833); Albategnius (880), die Toledanischen Tafeln (1080), Kalenderverbesserung in Persien (1079), die Sphaera des Johannes a sacro bosco (1230) und des Albertus magnus (gest. 1280), die nach Alphons (1252) und nach Ulugh Beigh (1430) benannten Tafeln.

4) Neueste Periode. — Purbach (1423 — 1451), Regiomontanus (1436 — 1475), Copernicus (1472 — 1543), Tycho de



Brahe (1546 — 1601), Kepler (1571 — 1631), Galiläi (1564 — 1641), Snell (1591 — 1626), Hevelke (1611 — 1687), Huygens (1629 — 1695), Newton (1642 — 1727), Richer (1671), Mayer (1723 — 1762), Delambre (gest. 1827), la Place (gest. 1828) und viele ausgezeichnete Beobachter als: la Caille, Cassini, la Lande, Mechain, Bode, Herschel, Schröter, Olbers, Harding, Zach, Piazzi u. A. m.

### §. 7.

Anmerkung. Die Werkzeuge der Astronomen sind vornehmlich Winkelmesser, Uhren und Fernrohre. Sie werden in grosser Vollkommenheit von den heutigen Künstlern in England, Frankreich, Deutschland u. s. w. verfertigt. Der grosse Nutzen richtiger astronomischer Beobachtungen hat gemacht, dass eigene Gebäude, Sternwarten, errichtet werden, wo alle dazu nothwendigen Geräthschaften vereinigt sind.

### §. 8.

Anmerkung. Zum fortschreitenden Studium der Astronomie dienen vorzugsweise folgende Werke:

Schubert, populäre Astronomie. 3 Thle. 8. Petersburg 1804 — 1810.

Bohnenberger, Astronomie. 8. Tübingen 1811.

Delambre, Astronomie théorique et pratique. 3 Tomes. 4. Paris 1814.

Littrow, theoretische und praktische Astronomie. 3 Thle. 8. Wien 1821 — 1827.

Schubert, Traité d'Astronomie théorique. 3 Tomes. Pétersbourg. 1822.

Newton, Philosophiae naturalis principia mathematica, perpetuis commentariis illustrata studio PP. Thomae le Seur et Franc. Jacquier. III Tomi. 4. Genevae 1750.

La Place, la Mécanique celeste. 5 Tomes. 4. Paris 1799 — 1827.

Delambre, histoire de l'Astronomie ancienne, du moyen age, moderne, du 18. Siècle. 6 Tomes. 4. Paris 1817 — 1827.



---

## Erste Abtheilung.

# Sphärische Astronomie.

---

### Erster Abschnitt.

#### Die ersten astronomischen Erscheinungen.

##### §. 9.

**Erfahrung.** Die Erdoberfläche erscheint uns, wo wir uns auch befinden, wie eine kreisförmige Ebene, in deren Mittelpunkt wir stehen, und deren Umfang unsere Gesichtsgrenze ist. Ueber derselben sehen wir einen unbegrenzten Raum, den wir Himmel nennen, und der uns ungefähr wie ein halbkugelförmiges Gewölbe (Firmamentum) erscheint.

##### §. 10.

**Erfahrung.** Wir sehen am Himmel glänzende Weltkörper oder Himmelskörper, deren Entfernung von uns wir aus dem blossen Anblicke nicht schätzen können. Zwei derselben zeichnen sich durch ihre beträchtliche scheinbare Grösse vor allen übrigen aus: Sonne und Mond. Ihr scheinbarer Durchmesser ist etwa ein halber Grad. Die unzähligen übrigen, weit kleinern, werden nur dann sichtbar, wenn der Glanz der Sonne es nicht hindert, und heissen mit einem allgemeinen Namen Sterne.



## §. 11.

**Erfahrung.** Alle Himmelskörper haben eine scheinbare gemeinschaftliche oder gemeine Bewegung (*primum mobile*). Sie scheinen nämlich alle nach einerlei Richtung in grössern oder kleinern Kreisbogen sich zu bewegen, wobei dann in einer Gegend der Gesichtsgrenze Sterne über der Erdoberfläche heraufkommen, oder aufgehen, und an der entgegengesetzten Seite wieder untergehen, nachdem sie ihren Bogenlauf am Himmel vollendet haben. Der Aufgang und Untergang der Sonne verursacht Tag und Nacht; daher heisst diese gemeine Bewegung auch die tägliche Bewegung.

## §. 12.

**Zusatz.** Da wir die Entfernung der Weltkörper von uns aus dem blossen Anblicke nicht schätzen können, so ist es dem sinnlichen Scheine gemäss, sich dieselben an der innern hohlen Fläche des scheinbaren Himmelsgewölbes in gleichen Entfernungen von unserm Auge vorzustellen. Da ferner bei der täglichen Bewegung immer neue Sterne zum Vorschein kommen, die vorher nicht über der Gesichtsgrenze waren, und an der andern Seite wieder untergehen; so ist es ebenfalls dem sinnlichen Scheine gemäss, sich den Himmel als eine ganze hohle Kugel vorzustellen, welche die Erde von allen Seiten, auch unterhalb der Gesichtsgrenze umgibt, an deren innern Fläche Sonne, Mond und Sterne sind, und in deren Mittelpunkt unser Auge sich befindet, von welcher wir aber immer nur eine Hälfte sehen.

## §. 13.

**Erfahrung.** Bei einiger Aufmerksamkeit findet man, dass die Kreise, welche die Himmelskörper bei der täglichen Bewegung beschreiben, einander parallel sind; ferner, dass in einer Gegend des Himmels gewisse Sterne gar nicht untergehen, sondern ihren ganzen Kreislauf über der Gesichtsgrenze vollenden. Die Kreise, welche diese



Sterne beschreiben, werden kleiner und kleiner, und endlich kömmt man auf einen Stern, welcher sich fast gar nicht zu bewegen scheint.

#### §. 14.

**Zusatz.** In der Gegend dieses Sternes ist also ein Pol der scheinbaren hohlen Himmelskugel. Eine gerade Linie von diesem Pole durch unser Auge bis an die entgegengesetzte Gegend der Himmelskugel unter unserer Gesichtsgrenze gezogen, ist also die Axe der Himmelskugel, und der Punkt, wo sie dort eintrifft, der andere Pol.

#### §. 15.

**Erfahrung.** Ausser der gemeinschaftlichen täglichen Bewegung bemerken wir bald eine scheinbare eigene Bewegung an einigen Himmelskörpern; zuvörderst ist diese bei dem Monde am auffallendsten. Dieser scheint nämlich von einem Sterne zum andern der täglichen Bewegung entgegenzurücken, und man sieht ihn nach etwa 27 Tagen wieder bei denselben Sternen, wo er Anfangs stand, so dass er also während dieses Zeitraumes einen ganzen Kreis am Himmel zu durchlaufen scheint. Während dieses Umlaufes zeigt er, je nachdem sein Stand gegen die Sonne ist, verschiedene Lichtgestalten, die wir im gemeinen Leben durch Neumond, erstes Viertel, Vollmond, letztes Viertel bezeichnen.

#### §. 16.

**Erfahrung.** Eine ähnliche eigene Bewegung, der täglichen entgegengesetzt, zeigt auch die Sonne. Obgleich man wegen ihres Glanzes die Sterne, welche ihr nahe stehen, nicht sehen kann; so kann man doch die Sterne bemerken, welche kurze Zeit vor der Sonne aufgehen oder bald nach ihr untergehen. Diese sind nun immer andere und andere. Nach einer Zeit von ungefähr 365 Tagen, welche wir ein Jahr nennen, gehen wieder



dieselben Sterne bald nach der Sonne unter, wie Anfangs, so dass diese also während dieses Zeitraums einen ganzen Kreis am Himmel zu durchlaufen scheint.

### §. 17.

**Erfahrung.** Die Sonne geht nicht immer an einerlei Stelle auf und unter, sie beschreibt bald grössere bald kleinere Bogen über der Erdoberfläche. Sie bleibt also bei der täglichen Bewegung nicht im nämlichen Parallelkreise, sondern scheint Schraubengänge am Himmel zu beschreiben.

### §. 18.

**Zusatz.** Die Richtung, in welcher sie nach ihrer eigenen scheinbaren Bewegung vorrückt, muss also mit den Kreisen, welche die Himmelskörper bei der täglichen Bewegung machen, nicht parallel seyn. Denn wäre dieses der Fall, so müsste sie immer im nämlichen Parallelkreise bleiben.

### §. 19.

**Erfahrung.** Ausser Sonne und Mond sind noch andere Sterne da, bei denen man eigene Bewegungen sieht, die aber schon schwerer zu beobachten und verwickelter sind. Man nennt diese Sterne daher überhaupt Irrsterne oder Planeten.

### §. 20.

**Anmerkung.** Fünf solcher beweglicher Sterne sind schon von alten Zeiten her bekannt. Sie heissen Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn. Unter diesen ist Merkur der kleinste und am schwierigsten zu beobachten, weil er immer nahe bei der Sonne ist. Venus entfernt sich schon weiter von derselben, und zeichnet sich durch ein schönes glänzendes Licht aus, womit sie zu gewissen Zeiten entweder vor Aufgang der Sonne als Morgenstern, oder nach deren Untergang als Abendstern erscheint.



**Jupiter** ist ebenfalls ausgezeichnet hell, und wird immer von 4 kleinen Monden (Nebenplaneten, Trabanten) begleitet, die in immer veränderten Stellungen neben ihm stehen, und schon durch mässige Fernrohre sichtbar sind. **Saturn** ist weit grösser und blasser; durch grössere Fernrohre hat man bei ihm sieben Monde und um ihn einen Ring entdeckt, der ihn frei umgibt. — Zu diesen fünf alten bekannten Planeten sind in neuern Zeiten noch eben so viele neue hinzugekommen, denen man die Namen **Uranus**, **Ceres**, **Pallas**, **Juno**, **Vesta** gegeben hat, wovon der erste wegen seiner sehr grossen Entfernung, die übrigen aber wegen ihrer sehr geringen wirklichen Grösse schwer zu beobachten sind.

**Ceres** entdeckt von **Piazzi** in **Palermo** am 1. Januar 1801, **Pallas** von **Olbers** in **Bremen** am 28. März 1801, **Juno** von **Harding** in **Lilienthal** bei **Bremen** am 2. September 1804, und **Vesta** von **Olbers** in **Bremen** am 29. März 1807.

#### §. 21.

**Anmerkung.** Der kürzern Bezeichnung wegen sind in der **Astronomie** gewisse Zeichen für die **Weltkörper** und ihre Stellungen gegen einander eingeführt.

#### §. 22.

**Erfahrung.** Zuweilen erscheinen **Sterne** mit einem **Schweife**, der ungefähr wie ein weisser **Nebel** aussieht; sie haben eine eigene **Bewegung**, und verschwinden, nachdem sie einige Zeit lang sichtbar gewesen sind. Manchmal treffen die letztern Umstände ein, ohne dass der **Himmelskörper** einen **Schweif** hat. Solche **Himmelskörper** nennt man **Kometen**.

#### §. 23.

**Erfahrung.** Alle übrigen **Sterne** behalten gegen einander einerlei Lage, und heissen daher **Fixsterne**. Die Menge derer, die sich mit blossen Augen unterscheiden lassen, beträgt schon mehrere Tausende. Eine weit



grössere Menge aber entdeckt man in allen Tiefen des Himmels durch bessere Fernrohre. Der weissliche Bogen, unter dem Namen der Milchstrasse bekannt, ist nichts anders, als eine unzählbare Menge von Fixsternen.

#### §. 24.

**Anmerkung.** Planeten und Fixsterne lassen sich auf den ersten Anblick nicht von einander unterscheiden, ausser dass die Fixsterne ein lebhaft funkelndes oder flimmerndes Licht, die Planeten aber einen zum Theil hellen, jedoch sanftern Schein zeigen. Das Licht der Fixsterne scheint mehr dem der Sonne ähnlich zu seyn; das Licht der Planeten dem des Mondes. — Durch Fernrohre aber zeigt sich eine andere merkliche Verschiedenheit. Die Planeten nämlich, wenigstens die grössern unter ihnen, erscheinen durch dieselben vergrössert, und von einem messbaren Durchmesser. Die Fixsterne hingegen erscheinen selbst durch sehr vollkommene Fernrohre nur wie glänzende Punkte, oder von unmessbar kleinem Durchmesser.

#### §. 25.

**Erfahrung.** Zuweilen sieht man Sonnenbedeckungen und Mondsfinsternisse. Jene ereignen sich nicht anders, als um die Zeit des Neumondes, diese nicht anders, als um die Zeit des Vollmondes. Bei den Sonnenbedeckungen, scheint eine schwarze Scheibe der Richtung der täglichen Bewegung entgegen in die Sonne zu rücken. Bei den Mondsfinsternissen aber scheint eine schwarze Scheibe nach der Richtung der täglichen Bewegung in den Mond zu rücken. Auch ereignen sich Sternbedeckungen, wenn Fixsterne vom Monde bedeckt werden.

---



---

## Zweiter Abschnitt

### Ort- und Zeitbestimmung.

#### §. 26.

**Erklärung.** Die Scheitellinie eines Beobachters ist die von seinem Orte senkrecht bis an das Himmelsgewölbe gezogene Linie. Zenith ist der Punkt am Himmelsgewölbe, wo die Scheitellinie eintrifft; Nadir ist derjenige Punkt, der dem Zenith gerade entgegengesetzt ist, oder wo die unterwärts verlängerte Scheitellinie eintrifft.

#### §. 27.

**Erklärung.** Horizont ist der durch das Auge, als den Mittelpunkt der scheinbaren Himmelskugel, gelegte grösste Kreis, dessen Pole Zenith und Nadir sind.

#### §. 28.

**Zusatz.** Für ein Auge, in der dem Scheine nach ebenen Erdoberfläche, ist diese Ebene selbst der Horizont.

#### §. 29.

**Zusatz.** Der Horizont theilt die scheinbare Himmelskugel in die obere und untere Halbkugel. Jene ist für den Beobachter die sichtbare, diese die nicht sichtbare. In jener liegt das Zenith, in dieser das Nadir.



## §. 30.

**Erklärung.** Almukantharat oder Höhenkreise heissen die kleinern Kreise, welche mit dem Horizonte parallel sind, und deren Axe also die Axe des Horizontes, d. h. die Scheitellinie ist.

## §. 31.

**Erklärung.** Scheitelkreise (Vertikalkreise) sind grösste Kreise, welche durch Zenith und Nadir gehen, also auf dem Horizonte senkrecht sind, und deren Pole im Umfange des Horizontes liegen. — Höhe eines Ster-  
nes oder irgend eines Punktes am Himmel ist der Bogen des Scheitelkreises vom Horizonte bis an den Stern, oder eigentlich der Winkel am Auge, dessen Mass dieser Bogen ist. — Abstand vom Scheitel (Zenithdistanz) ist das Complement der Höhe zu  $90^\circ$ .

## §. 32.

**Erklärung.** Morgenseite heisst die Gegend des Horizontes, wo die Sonne und andere Himmelskörper aufgehen; Abendseite jene, wo sie wieder untergehen.

## §. 33.

**Erklärung.** Weltaxe heisst die gerade Linie, um welche sich die ganze Himmelskugel bei der täglichen Bewegung zu drehen scheint. — Weltpole sind die beiden Punkte, wo die Weltaxe die scheinbare Himmelskugel trifft; der Nordpol liegt in unsern Gegenden über dem Horizonte, der Südpol unter demselben. Polarstern ist der Stern, der zunächst am Pole steht, und sich bei der täglichen Umdrehung fast nur unmerklich bewegt.

Im Jahre 1820 war der Polarstern  $1^\circ 39' 5''$  vom Nordpole entfernt.

## §. 34.

**Erklärung.** Meridian oder Mittagskreis ist der Vertikalkreis, welcher durch beide Pole und durch Zenith



und Nadir geht; seine Ebene heisst Mittagsfläche. Mittagslinie ist der Durchschnitt dieser Ebene mit derjenigen des Horizontes. Mittagshöhe ist die Höhe eines Sternes, wenn er in der Mittagsfläche steht. Culminiren heisst in der Mittagsfläche stehen. Culmination heisst der Stand eines Sternes in der Mittagsfläche. Dabei der täglichen Umdrehung jeder Stern zweimal durch den Meridian gehen muss, so gibt es zwei Culminationen, eine obere und eine untere.

### §. 35.

Erklärung. Polhöhe ist der Bogen des Meridians zwischen Pol und Horizont, oder der spitzige Winkel, dessen Mass dieser Bogen ist.

### §. 36.

Erklärung. Erster Scheitelkreis heisst derjenige, der senkrecht auf dem Meridiane ist oder durch seine Pole geht.

### §. 37.

Erklärung. Die 4 Weltgegenden sind die Punkte im Umfange des Horizontes, wo derselbe vom Meridiane und vom ersten Vertikalkreise durchschnitten wird. Ost ist der Durchschnittspunkt des ersten Vertikalkreises und des Horizontes, West der entgegengesetzte; — Nord der Durchschnittspunkt des Meridians und Horizontes, nach welchem man sieht, wenn man Ost zur Rechten hat, Süd der entgegengesetzte.

### §. 38.

Anmerkung. Zwischen diesen 4 Hauptweltgegenden, deren eine von der andern um  $90^\circ$  im Horizonte entfernt ist, kann man mehrere Nebengegenden bemerken. Auf den Windrosen der Schiffer sind 32 Weltgegenden verzeichnet.



## §. 39.

**Erklärung.** Azimuth eines Sternes ist der Winkel, welchen der Vertikalkreis des Sternes mit dem Meridiane macht. Sein Mass ist der Bogen im Horizonte von Süden bis dahin, wo der Vertikalkreis den Horizont schneidet.

## §. 40.

**Zusatz.** Das Azimuth ist also östlich oder westlich, und wird bis  $180^\circ$  von Süden nach Norden am Umfange des Horizontes herumgezählt.

## §. 41.

**Erklärung.** Tagekreise sind die Kreise, welche die Himmelskörper bei der täglichen Bewegung beschreiben. Tagebogen ist der Bogen des Tagekreises, der über dem Horizonte beschrieben wird. Nachtbogen ist der Bogen des Tagekreises, der unter dem Horizonte beschrieben wird.

## §. 42.

**Erklärung.** Der Äquator ist der grösste Tagekreis durch den Mittelpunkt der scheinbaren Himmelskugel. Äquatorshöhe ist der Winkel, welchen der Äquator mit dem Horizonte macht. Der Bogen des Meridians zwischen beiden ist das Mass desselben.

## §. 43.

**Zusatz.** Der Äquator theilt die scheinbare Himmelskugel in die nördliche und südliche Halbkugel.

## §. 44.

**Erklärung.** Deklinations- oder Abweichungskreise, auch Stundenkreise, sind grösste Kreise, die durch beide Weltpole gehen, und folglich auf dem Äquator senkrecht sind. Deklination oder Abweichung ei-



nes Sternes ist der Bogen des Deklinationskreises zwischen dem Sterne und Äquator.

§. 45.

**Zusatz.** Die Deklination kann entweder nördlich oder südlich seyn, und wird bis  $90^\circ$  vom Äquator bis an die Pole gezählt.

§. 46.

**Erklärung.** Die Poldistanz oder der Abstand eines Sternes vom Pole ist das Complement der Deklination zu  $90^\circ$ .

§. 47.

**Erklärung.** Der Stundenwinkel oder der Abstand von der Mittagsfläche ist der Winkel, welchen der Deklinationskreis eines Sternes mit dem Meridiane macht. Sein Mass ist der Bogen des Äquators zwischen dem Deklinationskreise und Meridiane.

§. 48.

**Erklärung.** Ein Sterntag ist die Zeit, welche während einer Umdrehung der Himmelskugel verfließt. Er wird in 24 Stunden, jede Stunde in 60' u. s. w. Sternzeit eingetheilt.

§. 49.

**Lehrsatz.** Der Meridian ist sowohl auf dem Äquator, als auf dem Horizonte senkrecht.

**Beweis.** Die Fläche des Meridians geht durch Pol, Zenith und Centrum der Himmelskugel; mithin liegt die Weltaxe und Scheitellinie in dieser Ebene. Nun ist jene auf dem Äquator, diese auf dem Horizonte senkrecht; folglich muss die Ebene des Meridians auf jener des Äquators und Horizontes, somit auch etc.

§. 50.

**Zusatz.** Beide, Äquator und Horizont, gehen also



durch die Pole des Meridians, d. h. durch Ost und West, wo sich folglich ihre Umkreise schneiden.

§. 51.

**Zusatz.** Weil Äquator und Horizont grösste Kreise sind, so halbiren sie einander, und ihr Durchschnitt ist folglich die gerade Linie von Osten nach Westen, oder einerlei mit dem Durchschnitte des ersten Vertikalkreises und Horizontes, und macht mit der Mittagslinie rechte Winkel.

§. 52.

**Lehrsatz.** Polhöhe und Äquatorshöhe ergänzen einander zu  $90^\circ$ .

**Beweis.** Beide machen mit dem Bogen des Meridians vom Pole zum Äquator den halben Meridian oder  $180^\circ$  aus. Da nun der Bogen des Meridians zwischen Pol und Äquator  $90^\circ$  beträgt, so machen die Polhöhe und Äquatorshöhe auch zusammen  $90^\circ$  aus.

§. 53.

**Zusatz.** Die Tiefe der andern Hälfte des Äquators unter dem Horizonte ist der Äquatorshöhe gleich, und macht mit der Polhöhe ebenfalls  $90^\circ$ .

§. 54.

**Lehrsatz.** Die Äquatorshöhe ist gleich der Zenithdistanz des Poles, oder (Fig. 1.) es ist  $AH = PZ$ .

**Beweis.**  $ZH = AH + AZ = 90^\circ$

$AP = PZ + AZ = 90^\circ$

---

$AH + AZ = PZ + AZ$

$AH = PZ.$

§. 55.

**Lehrsatz.** Die Mittagsfläche halbirt die Tage- und Nachtbogen.

**Beweis.** Es seyen (Fig. 1.) S und T zwei Stellen in dem Tagekreise VMN, welche gleiche Höhen, folg-



lich auch gleiche Abstände vom Zenithe haben,  $SZ = TZ$ . Nun ist ferner  $PS = PT$  und  $PZ = PZ$ ; also ist in den Dreiecken  $PZS$ ,  $PZT$  Alles gleich; folglich auch die Winkel am Pole  $ZPS = ZPT$ ; mithin auch  $MS = MT$ , oder  $M$  ist die Mitte des Bogens  $SMT$ . — Da nun diess für jede zwei Punkte gilt, welche gleiche Höhen haben; so gilt es auch, wenn beide Höhen  $= 0$  sind, d. h. wenn  $S$  und  $T$  im Horizonte, in  $V$  und  $W$ , liegen. Mithin ist  $M$  die Mitte des Tagebogens.

Dass auf der andern Seite  $N$  die Mitte des Nachtbogens sey, erhellt auf eben diese Weise.

#### §. 56.

**Forderung.** Die Höhe eines Himmelskörpers zu messen. — Das Verfahren ist von dem, wie überhaupt Winkel gemessen werden, nicht verschieden; nur sind zu astronomischen Winkelmessungen genaue Werkzeuge, Kreise, Quadranten, Sextanten, und feine Beobachtungen mehr als bei andern Messungen nöthig.

#### §. 57.

**Aufgabe.** Die Lage der Mittagsfläche zu finden.

**Auflösung I.** Durch correspondirende Höhen. Nachdem man sich ungefähr die Gegend gemerkt hat, wo die Sonne oder ein Stern am höchsten steht; so messe man einige Höhen derselben, sowohl wenn sie noch wachsen, als auch wenn sie wieder abnehmen, bis man zwei findet, die einander gleich sind, wie  $SF$  und  $TG$  (Fig. 1.). Die Ebenen der beiden Vertikalkreise  $ZF$  und  $ZG$ , in welchen der Quadrant bei Beobachtung dieser beiden Höhen stand, machen mit einander den Winkel  $FCG$ , dessen Mass der Bogen  $FHG$  ist, und welcher gemessen werden kann. Diesen halbire man, so hat man den Punkt  $H$ , mithin die Lage der Mittagsfläche. (§. 55.) — Am besten geschieht diese ganze Verrichtung mit einem Sextanten und einer gleichförmig gehenden Uhr.

**II.** Durch den Schatten. Man richte einen senk-



rechten Stift auf einer von der Sonne beleuchteten horizontalen Ebene auf, bemerke Vor- und Nachmittags, wann der Schatten des Stiftes gleiche Länge hat, und halbire den Winkel, den beide Schatten mit einander machen; so liegt die Halbierungslinie in der Mittagsfläche. Diese Operation ist aber nicht im strengsten Verstande richtig, weil die Sonne mit eigener Bewegung fortrückt, und nicht im nämlichen Parallelkreise bleibt. Um die Zeit des kürzesten und längsten Tages ist sie am sichersten.

Meistens nimmt man das arithmetische Mittel aus mehrern Beobachtungen.

### §. 58.

**Anmerkung.** Hat man die Lage der Mittagsfläche einmal gefunden, so kann man, um den Durchgang eines Himmelskörpers durch dieselbe zu beobachten, einen Filargnomon, oder das Passageninstrument oder einen Mauerquadranten aufstellen. — Ist die Lage der Mittagsfläche bekannt, so kann man das Azimuth eines Sternes S, d. h. den Bogen HF des Horizontes messen. Hierdurch und durch die Höhe FS ist sodann der Ort des Sternes für den Augenblick der Beobachtung gefunden.

### §. 59.

**Aufgabe.** Die Polhöhe und Äquatorshöhe für den Ort der Beobachtung zu finden.

**Auflösung.** Man beobachte die Höhen eines nicht untergehenden Sternes in seiner obern und untern Culmination, und nehme das arithmetische Mittel beider, so ist dieses die Polhöhe; diese von  $90^\circ$  abgezogen, gibt die Äquatorshöhe. (§. 52.)

**Bew.** (Fig. 1.)  $PR = PL = LR =$

$$= \frac{KL}{2} + LR =$$

$$= \frac{KR - LR}{2} + LR = \frac{KR + LR}{2}$$



## §. 60.

**Aufgabe.** Die Deklination eines Sternes zu finden.

**Auflösung.** Man beobachte seine Mittagshöhe, und suche den Unterschied zwischen dieser und der Äquatorshöhe. Ist in unsern Gegenden die Mittagshöhe grösser als die Äquatorshöhe, so hat der Stern eine nördliche Deklination; z. B. des Sternes M (Fig. 1.) Deklination ist  $AM = HM - HA$ . Im Gegenfalle südliche; z. B. des Sternes X Deklination ist  $AX = HA + HX$ .

Für einen Stern K, der nicht in demselben Höhenquadranten mit dem Äquator culminirt, misst man die Höhe KR und nimmt deren Ergänzung zu  $180^\circ$ , so hat man HK; hiervon die Äquatorshöhe HA abgezogen, bleibt die Deklination AK übrig. Oder man zieht auch die Polhöhe von der Mittagshöhe, oder diese von jener ab, so hat man die Poldistanz des Sternes, dessen Ergänzung zu  $90^\circ$  die Deklination ist.

## §. 61.

**Zusatz.** Umgekehrt: Wenn die Deklination der Sonne oder eines Sternes bekannt ist, so kann man daraus die Äquatorshöhe und Polhöhe finden, und diess ist bequemer und gewöhnlicher als die Methode §. 59.

## §. 62.

**Erklärung.** Man bestimmt im Allgemeinen die Lage eines Gegenstandes durch seine Entfernung von andern ihrer Lage nach bestimmten Gegenständen. Zur mathematischen Bestimmung der Lage eines Punktes im Raume wählt man am bequemsten drei sich senkrecht durchschneidende Ebenen. Es seyen (Fig. 2.) ACB, BCD und ACD drei solche Ebenen, und a der zu bestimmende Punkt; so ist ab seine Entfernung von der Ebene BCD, bc seine Entfernung von der Ebene ACB, und Cc seine Entfernung von der Ebene ACD. Durch diese drey Linien Cc, bc, ab ist seine Lage vollkommen bestimmt.



## §. 63.

**Erklärung.** Es seyen (Fig. 3.) noch andere drei auf einander senkrechte Ebenen  $A'CB$ ,  $BCD'$ ,  $A'CD$  vorhanden, welche mit den vorigen den Punkt  $C$  und die Linie  $CB$  gemein, aber eine solche Neigung gegen dieselbe haben, dass  $BCD$  und  $BCD'$  den Winkel  $DCD'$  mit einander bilden, und man setze den Winkel

$$DCD' = ACA' = bcb' = bce = bab' = baf = \omega$$

$$= 90 - ACD' = 90 - \varphi, \text{ so ist}$$

$$\begin{aligned} cb' &= ce + eb' = ce + bf \\ &= cb. \cos bce + ab. \sin baf \\ &= cb. \cos \omega + ab. \sin \omega \\ &= cb. \sin \varphi + ab. \cos \varphi; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} ab' &= af - bf = af - be \\ &= ab. \cos baf - cb. \sin bce \\ &= ab. \cos \omega - cb. \sin \omega \\ &= ab. \sin \varphi - cb. \cos \varphi. \end{aligned} \quad (2)$$

## §. 64.

**Erklärung.** Wenn man durch  $BCD$  (Fig. 3.) die Ebene des Horizontes und durch  $BCD'$  jene des Äquators darstellt,  $BC$  aber von Osten ausgeht (die Äquinoktiallinie ist); so wird für einen Stern  $a$

$$\text{die Polhöhe} = ACD' = ACD - DCD' = 90^\circ - \omega = \varphi \quad (3)$$

$$\text{der Stundenwinkel} = b'CD' = D'Cc - cCb' = 90 - \lambda = s \quad (4)$$

$$\text{das Azimuth} = DCb = DCc - cCb = 90 - \alpha = a \quad (5)$$

$$\text{die Deklination} = aCb' = A'Cb' - aCA' = 90 - p = \delta \quad (6)$$

$$\text{die Zenithdistanz} = aCA = ACb - aCb = 90 - h = z \quad (7)$$

$$\text{die Höhe} = aCb = ACb - aCA = 90 - z = h. \quad (8)$$

Hieraus erhält man folgende Gleichungen:

$$ab = aC. \sin aCb = aC. \sin h \quad (9)$$

$$ab' = aC. \sin aCb' = aC. \sin \delta \quad (10)$$

$$Cb = aC. \cos aCb = aC. \cos h \quad (11)$$

$$Cb' = aC. \cos aCb' = aC. \cos \delta, \quad (12)$$

mithin wegen (4. und 5.) und wegen (11. und 12.)

$$Cc = Cb. \cos cCb = aC. \cos h. \sin a \quad (13)$$

$$Cc = Cb'. \cos cCb' = aC. \cos \delta. \sin s \quad (14)$$



$$cb = Cb. \sin cCb = aC. \cos h. \cos a \quad (15)$$

$$cb' = Cb'. \sin cCb' = aC. \cos \delta. \cos s. \quad (16)$$

## §. 65.

**Aufgabe.** Wenn die Polhöhe des Beobachtungsortes und die Abweichung sammt dem Stundenwinkel eines Sternes gegeben sind, die Höhe des Sternes zu berechnen.

**Auflösung.** Man comparire die Gleichungen (16.) und (1.), so ist  $aC. \cos \delta. \cos s = cb. \sin \varphi + ab. \cos \varphi$ ; hierin die Werthe von  $cb$  und  $ab$  aus (15.) und (9.) substituirt, wird

$$\begin{aligned} aC. \cos \delta. \cos s &= aC. \cos h. \cos a. \sin \varphi + aC. \sin h. \cos \varphi \\ \cos \delta. \cos s &= \cos h. \cos a. \sin \varphi + \sin h. \cos \varphi. \end{aligned} \quad (17)$$

Ferner comparire man die Werthe von  $ab'$  aus (10.) und (2.), so ist

$$\begin{aligned} aC. \sin \delta &= ab. \sin \varphi - cb. \cos \varphi, \\ \text{und hierin wieder die Werthe von } ab \text{ und } cb \text{ substituirt,} \\ \text{gibt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} aC. \sin \delta &= aC. \sin h. \sin \varphi - aC. \cos h. \cos a. \cos \varphi \\ \sin \delta &= \sin h. \sin \varphi - \cos h. \cos a. \cos \varphi. \end{aligned} \quad (18)$$

Man multiplicire jetzt die Gleichung (17.) mit  $\cos \varphi$ , und (18.) mit  $\sin \varphi$ , und suche die Summe der Produkte.

$$\begin{aligned} \cos \delta. \cos s. \cos \varphi &= \cos h. \cos a. \sin \varphi. \cos \varphi + \sin h. \cos^2 \varphi \\ \sin \delta. \sin \varphi &= \sin h. \sin^2 \varphi. - \cos h. \cos a. \sin \varphi. \cos \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \delta. \cos s. \cos \varphi + \sin \delta. \sin \varphi &= \sin h. \sin^2 \varphi + \sin h. \cos^2 \varphi \\ &= \sin h. \sin^2 \varphi + \sin h. (1 - \sin^2 \varphi) \\ &= \sin h. \sin^2 \varphi + \sin h - \sin h. \sin^2 \varphi \end{aligned}$$

$$\cos \delta. \cos s. \cos \varphi + \sin \delta. \sin \varphi = \sin h = \cos z \text{ (wegen 8.)} \quad (19.)$$

## §. 66.

**Zusatz.** Aus der Gleichung (19.) vermag man ohne Mühe Alles zu lesen, was über die tägliche Bewegung der Gestirne gesagt werden kann.

1) Zu gleichen Zenithdistanzen oder Höhen auf beiden Seiten des Meridians gehören auf gleiche Stundenwinkel, wenn die Deklination des Sternes constant ist, und umgekehrt.



2) Je näher der Stundenwinkel an Null, d. h. je näher der Stern an seiner obern Culmination ist, desto grösser ist die Höhe und desto kleiner die Zenithdistanz.

3) Je näher im Gegentheile der Stundenwinkel an  $180^\circ$ , d. h. je näher der Stern an seiner untern Culmination ist, desto kleiner ist die Höhe und desto grösser die Zenithdistanz.

4) Im Augenblicke der Culmination selbst ist daher der grösste oder kleinste Werth der Zenithdistanz  $z = \varphi - \delta$  (wegen §. 54.); ein Ausdruck, der allgemein für obere und untere Culminationen gilt, wenn man die Zenithdistanzen auf der Nordseite des Zenithes als negativ betrachtet, und wenn man für die untern Culminationen statt  $\delta$  das Complement der Deklination zu  $180^\circ$  oder  $180^\circ - \delta$  setzt.

5) Ist  $\delta = \varphi$ , so wird  $z = 0$ , d. h. der Stern geht bei seiner Culmination durch das Zenith; ist  $\delta$  kleiner als  $\varphi$ , so culminirt er auf der Südseite des Zeniths; auf der Nordseite aber, wenn  $\delta$  grösser als  $\varphi$  ist.

6) Ist die südliche (negative) Deklination grösser als die Äquatorshöhe, d. h. ist  $-\delta$  grösser als  $90^\circ - \varphi$ , so ist wegen N.<sup>o</sup> 4. auch  $z$  grösser als  $\varphi + 90 - \varphi$ , d. h.  $z$  grösser als  $90^\circ$ , oder der Stern ist bei seiner obern Culmination weiter als  $90^\circ$  vom Zenithe entfernt, und geht daher gar nicht auf.

Ist dagegen die nördliche Deklination grösser als die Äquatorshöhe, d. h. ist  $\delta$  grösser als  $90^\circ - \varphi$ , so ist auch  $\delta + \varphi$  grösser als  $90^\circ$ , und weil hier von einer untern Culmination die Rede seyn soll, so verwandelt sich gemäss 4. die Gleichung  $z = \delta - \varphi$  in  $z = 180 - (\delta + \varphi)$ , und es ist demnach  $z$  kleiner als  $90^\circ$ , d. h. der Stern ist bei seiner untern Culmination weniger als  $90^\circ$  vom Zenithe entfernt, oder geht gar nicht unter.

7) Für  $s = 90^\circ$  oder  $s = 270^\circ$  ist  $\cos z = \sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta$ , und dann ist das Gestirn in dem ersten Vertikalkreise.



## §. 67.

**Aufgabe.** Wenn die Polhöhe des Beobachtungsortes und Abweichung nebst Stundenwinkel eines Sternes gegeben sind, das Azimuth des Sternes zu berechnen.

**Auflösung.** Man comparire die Werthe von  $Cc$  aus den Gleichungen (13.) und (14.) in §. 64., so ist

$$aC. \cos h. \sin a = aC. \cos \delta. \sin s \text{ oder}$$

$$\cos h. \sin a = \cos \delta. \sin s \quad (20)$$

$$\cos h = \frac{\cos \delta. \sin s}{\sin a}.$$

Diesen Werth von  $\cos h$  substituirt man in (17.) und (18.), so ist

$$\cos \delta. \cos s = \frac{\cos \delta. \sin s}{\sin a} \cdot \cos a. \sin \varphi + \sin h. \cos \varphi$$

$$\sin \delta = \sin h. \sin \varphi - \frac{\cos \delta. \sin s}{\sin a} \cdot \cos a. \cos \varphi.$$

Die erste dieser Gleichungen multiplicire man mit  $\sin \varphi$ , die zweite mit  $\cos \varphi$ , und beide Produkte ziehe man von einander ab; so ist

$$\cos \delta. \cos s. \sin \varphi = \frac{\cos \delta. \sin s}{\sin a} \cdot \cos a. \sin^2 \varphi + \sin h. \cos \varphi. \sin \varphi$$

$$\sin \delta. \cos \varphi = \sin h. \sin \varphi \cos \varphi - \frac{\cos \delta. \sin s}{\sin a} \cdot \cos a. \cos^2 \varphi$$

$$\cos \delta. \cos s. \sin \varphi - \sin \delta. \cos \varphi = \cos \delta. \sin s. \frac{\cos a}{\sin a} (\sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi)$$

$$= \cos \delta. \sin s. \cotg a.$$

$$\text{Also } \cotg a = \frac{\cos \delta. \cos s. \sin \varphi - \sin \delta. \cos \varphi}{\cos \delta. \sin s.}$$

$$= \cotg s. \sin \varphi - \tg \delta. \frac{\cos \varphi}{\sin s}. \quad (21)$$

## §. 68.

**Beispiel.** Es sey die Polhöhe des Beobachtungsortes  $= 51^\circ 32'$ , die Deklination des Fixsternes Aldebaran  $= 15^\circ 58'$ , sein Stundenwinkel östlich (etwa am Ende Decembers Abends gegen 9 Uhr)  $= 30^\circ$ ; so ist, um seine Höhe nach der Formel (19.) zu finden,



$$\log \cos 15^\circ 58' = 9,9829140$$

$$\log \cos 30^\circ = 9,9375306$$

$$\log \cos 51^\circ 32' = 9,7938317$$

$$\underline{9,7142863} = \log 0,51795$$

$$\log \sin 15^\circ 58' = 9,4394560$$

$$\log \sin 51^\circ 32' = 9,8937452$$

$$\underline{9,3332012} = \log 0,21537$$

$$\log 0,73332 = 9,8652935 = \log \sin 47^\circ 10'.$$

Um das Azimuth nach der Formel (21.) zu finden, ist

$$\log \cotg 30^\circ = 0,2385606$$

$$\log \sin 51^\circ 32' = 9,8937452$$

$$\underline{0,1323058} = \log. 1,3561$$

$$\log \tg 15^\circ 58' = 9,4565420$$

$$\log \cos 51^\circ 32' = 9,7938317$$

$$\underline{9,2503737}$$

$$\log \sin 30^\circ = 9,6989700$$

$$\underline{9,5514037} = \log 0,35596$$

$$\log 1,00014 = 0,0000608 = \cotg 45^\circ.$$

Um die Rechnung kürzer und leichter übersehbar zu machen, ist hier auf Sekunden keine Rücksicht genommen worden, welches bei genauen astronomischen Rechnungen aber allerdings geschehen muss.

### §. 69.

**Aufgabe.** Wenn die Polhöhe des Beobachtungsortes, die Abweichung und Höhe eines Sternes gegeben sind, seinen Abstand vom Mittagskreise und sein Azimuth zu finden.

**Auflösung.** Man erhält aus der Formel (19.) den Stundenwinkel, weil

$$\cos s = \frac{\sin h - \sin \delta \cdot \sin \varphi}{\cos \delta \cdot \cos \varphi}, \quad (22)$$

und aus der Formel (21.) das Azimuth, nachdem s gefunden worden ist. Oder man findet aus der Gleichung (18.)

$$\begin{aligned} \cos a &= \frac{\sin h \cdot \sin \varphi - \sin \delta}{\cos h \cdot \cos \varphi} \\ &= \tg h \cdot \tg \varphi - \frac{\sin \delta}{\cos h \cdot \cos \varphi}. \end{aligned} \quad (23)$$



## §. 70.

Beispiel. Es sei die Polhöhe des Beobachtungsortes  $= 51^\circ 32'$ , die Deklination des Aldebaran  $= 15^\circ 58'$ , seine Höhe zu einer bestimmten Zeit  $47^\circ 10'$ . So ist, um seinen Stundenwinkel nach der Formel (22.) zu finden,

$$\begin{aligned} \sin 47^\circ 10' &= 0,73332 \\ \log \sin 15^\circ 58' &= 9,4394560 \\ \log \sin 51^\circ 32' &= 9,8937452 \\ \hline &9,3332012 = \log 0,21537 \\ \log 0,51795 &= 9,7142795 \\ \log \cos 15^\circ 58' &= 9,9829140 \\ \log \cos 51^\circ 32' &= 9,7938317 \end{aligned}$$

$$\hline 9,7767457$$

$$\log \cos 30^\circ = 9,9375344.$$

Um das Azimuth aus der Formel (23.) zu finden, ist

$$\begin{aligned} \log \operatorname{tg} 47^\circ 10' &= 0,0328775 \\ \log \operatorname{tg} 51^\circ 32' &= 0,0999135 \\ \hline &0,1327910 = \log 1,13576 \\ \log \sin 15^\circ 58' &= 9,4394560 \\ \log \cos 47^\circ 10' &= 9,8324246 \\ \log \cos 51^\circ 32' &= 9,7938317 \\ \hline &9,6262563 \\ &9,8131997 = \log 0,65043 \\ \log 0,70717 &= 9,8495238 = \log \cos 45^\circ 0' 10''. \end{aligned}$$

## §. 71.

Anmerkung. Wenn man nicht aus korrespondirenden (§. 57.), sondern aus einzelnen Sonnenhöhen die Zeit und die Lage der Mittagsebene finden will; so dient dazu die vorige Aufgabe, weil die Deklination der Sonne aus den astronomischen Tafeln genommen, mithin als gegeben angesehen werden kann.

## §. 72.

Anmerkung. Aus den bisher entwickelten Gleichungen lassen sich noch mehrere brauchbare Formeln ableiten, deren einfachsten folgende sind:



$$\text{Aus (20.) } \sin a = \frac{\cos \delta \cdot \sin s}{\cos h} \quad (24)$$

$$\sin s = \frac{\cos h \cdot \sin a}{\cos \delta} \quad (25)$$

$$\cos h = \frac{\cos \delta \cdot \sin s}{\sin a} \quad (26)$$

$$\cos \delta = \frac{\cos h \cdot \sin a}{\sin s} \quad (27)$$

Dividirt man ferner (17.) durch (20.), so ist  
 $\frac{\cos \delta \cdot \cos s}{\cos \delta \cdot \sin s} = \frac{\cos h \cdot \cos a \cdot \sin \varphi + \sin h \cdot \cos \varphi}{\cos h \cdot \sin a}$  und also

$$\cotg s = \cotg a \cdot \sin \varphi + \tg h \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin a}, \text{ ferner} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \tg h &= (\cotg s - \cotg a \cdot \sin \varphi) \frac{\sin a}{\cos \varphi} \\ &= \frac{\cotg s \cdot \sin a - \cos a \cdot \sin \varphi}{\cos \varphi} \end{aligned} \quad (29)$$

Diejenigen Gleichungen, worin  $\sin \varphi$  und  $\cos \varphi$  zugleich vorkommen, lassen sich auf nachstehende Form reduciren.

$$\pm \sin \varphi + A \cdot \cos \varphi = B$$

$$\pm \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} + A \cdot \cos \varphi = B$$

$$1 - \cos^2 x = B^2 - 2AB \cdot \cos x + A^2 \cdot \cos^2 x$$

$$A^2 \cdot \cos^2 x + \cos^2 x - 2AB \cdot \cos x = 1 - B^2$$

$$\cos^2 x (A^2 + 1) - 2AB \cdot \cos x = 1 - B^2$$

$$\cos^2 x - \frac{2AB \cdot \cos x}{A^2 + 1} + \left( \frac{AB}{A^2 + 1} \right)^2 = \frac{A^2 - A^2 B^2 + 1 - B^2 + A^2 B^2}{(A^2 + 1)^2}$$

$$\cos x = \frac{AB - \sqrt{(A^2 + 1 - B^2)}}{A^2 + 1}$$

### §. 73.

**Aufgabe.** Aus der Polhöhe des Beobachtungsortes und der Deklination eines Sternes den Tagebogen zu finden.

**Auflösung.** Man setze in der Formel (19.)  $z = 90^\circ$  oder  $h = 0$ , so erhält man den für das Moment des Auf- und Unterganges geltenden Ausdruck



$$\begin{aligned}\cos \varphi. \cos \delta. \cos s &= - \sin \varphi. \sin \delta \\ \cos s &= - \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \cdot \frac{\sin \delta}{\cos \delta} \\ &= - \operatorname{tg} \varphi. \operatorname{tg} \delta,\end{aligned}\quad (30)$$

woraus hervorgeht, dass  $s$  für nördliche Deklinationen grösser als ein Quadrant ist.

Da südliche Deklinationen negativ genommen werden, so ist in einem solchen Falle

$$\cos s = \operatorname{tg} \varphi. \operatorname{tg} \delta. \quad (31)$$

Allein jedes Mal bedeutet  $s$  den halben Tagebogen des Sternes.

#### §. 74.

**Aufgabe.** Aus der Polhöhe des Beobachtungsortes und der Deklination eines Sternes den Ort im Horizonte zu finden, wo letzterer auf- oder untergeht.

**Auflösung.** Man setze in der Gleichung (23.)  $z = 90^\circ$ , also  $\cos z = 0$  und  $\sin z = 1$ ; so erhält man

$$\cos a = - \frac{\sin \delta}{\cos \varphi}.$$

#### §. 75.

**Anmerkung.** Für  $\delta = 0$ , wird  $\cos a = 0$  und  $a = 90^\circ$ ; d. h. die im Äquator liegenden Sterne gehen genau im Ost- und Westpunkte auf und unter, während die über dem Äquator liegenden näher bei Norden, und die unter dem Äquator näher bei Süden durch den Horizont gehen.

#### §. 76.

**Aufgabe.** Bogen der Tagekreise in Sternzeit zu verwandeln.

**Auflösung.** Der Bogen sey  $m$ , so ist  $360^\circ : m^\circ = 24$  Stunden: gesuchten Sternzeit.

#### §. 77.

**Zusatz.** So findet sich, dass folgende Bogen und Zeiten zusammengehören, und dass die mit 15 multiplicirten Zeiten die Zahlen der Bogen geben.

|       |             |             |            |            |            |            |           |       |       |           |
|-------|-------------|-------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-------|-------|-----------|
| Bog.  | $360^\circ$ | $180^\circ$ | $90^\circ$ | $60^\circ$ | $30^\circ$ | $15^\circ$ | $1^\circ$ | $15'$ | $1'$  | $1''$     |
| Zeit. | $24^h$      | $12^h$      | $6^h$      | $4^h$      | $2^h$      | $1^h$      | $4'$      | $1'$  | $4''$ | $0,0006.$ |



## I. Verwandlung der Zeit in Bogen.

| Stunden. | Grade. | Min.     | Grade. Min. | Min.     | Grade. Min. |
|----------|--------|----------|-------------|----------|-------------|
|          |        | Secund.  | Min. Sec.   | Secund.  | Min. Sec.   |
|          |        | Tertien. | Sec. Tert.  | Tertien. | Sec. Tert.  |
| 1        | 15     | 1        | 0 15        | 31       | 7 45        |
| 2        | 30     | 2        | 0 30        | 32       | 8 0         |
| 3        | 45     | 3        | 0 45        | 33       | 8 15        |
| 4        | 60     | 4        | 1 0         | 34       | 8 30        |
| 5        | 75     | 5        | 1 15        | 35       | 8 45        |
| 6        | 90     | 6        | 1 30        | 36       | 9 0         |
| 7        | 105    | 7        | 1 45        | 37       | 9 15        |
| 8        | 120    | 8        | 2 0         | 38       | 9 30        |
| 9        | 135    | 9        | 2 15        | 39       | 9 45        |
| 10       | 150    | 10       | 2 30        | 40       | 10 0        |
| 11       | 165    | 11       | 2 45        | 41       | 10 15       |
| 12       | 180    | 12       | 3 0         | 42       | 10 30       |
| 13       | 195    | 13       | 3 15        | 43       | 10 45       |
| 14       | 210    | 14       | 3 30        | 44       | 11 0        |
| 15       | 225    | 15       | 3 45        | 45       | 11 15       |
| 16       | 240    | 16       | 4 0         | 46       | 11 30       |
| 17       | 255    | 17       | 4 15        | 47       | 11 45       |
| 18       | 270    | 18       | 4 30        | 48       | 12 0        |
| 19       | 285    | 19       | 4 45        | 49       | 12 15       |
| 20       | 300    | 20       | 5 0         | 50       | 12 30       |
| 21       | 315    | 21       | 5 15        | 51       | 12 45       |
| 22       | 330    | 22       | 5 30        | 52       | 13 0        |
| 23       | 345    | 23       | 5 45        | 53       | 13 15       |
| 24       | 360    | 24       | 6 0         | 54       | 13 30       |
| 25       | 375    | 25       | 6 15        | 55       | 13 45       |
| 26       | 390    | 26       | 6 30        | 56       | 14 0        |
| 27       | 405    | 27       | 6 45        | 57       | 14 15       |
| 28       | 420    | 28       | 7 0         | 58       | 14 30       |
| 29       | 435    | 29       | 7 15        | 59       | 14 45       |
| 30       | 450    | 30       | 7 30        | 60       | 15 0        |



## II. Verwandlung der Bogen in Zeit.

| Grade. | Stund. Min. | Grade. | Stund. Min. | Grade. | Stund. Min. |
|--------|-------------|--------|-------------|--------|-------------|
| Min.   | Min. Sec.   | Min.   | Min. Sec.   | Min.   | Min. Sec.   |
| Sec.   | Sec. Tert.  | Sec.   | Sec. Tert.  | Sec.   | Sec. Tert.  |
| 1      | 0 4         | 21     | 1 24        | 41     | 2 44        |
| 2      | 0 8         | 22     | 1 28        | 42     | 2 48        |
| 3      | 0 12        | 23     | 1 32        | 43     | 2 52        |
| 4      | 0 16        | 24     | 1 36        | 44     | 2 56        |
| 5      | 0 20        | 25     | 1 40        | 45     | 3 0         |
| 6      | 0 24        | 26     | 1 44        | 46     | 3 4         |
| 7      | 0 28        | 27     | 1 48        | 47     | 3 8         |
| 8      | 0 32        | 28     | 1 52        | 48     | 3 12        |
| 9      | 0 36        | 29     | 1 56        | 49     | 3 16        |
| 10     | 0 40        | 30     | 2 0         | 50     | 3 20        |
| 11     | 0 44        | 31     | 2 4         | 51     | 3 24        |
| 12     | 0 48        | 32     | 2 8         | 52     | 3 28        |
| 13     | 0 52        | 33     | 2 12        | 53     | 3 32        |
| 14     | 0 56        | 34     | 2 16        | 54     | 3 36        |
| 15     | 1 0         | 35     | 2 20        | 55     | 3 40        |
| 16     | 1 4         | 36     | 2 24        | 56     | 3 44        |
| 17     | 1 8         | 37     | 2 28        | 57     | 3 48        |
| 18     | 1 12        | 38     | 2 32        | 58     | 3 52        |
| 19     | 1 16        | 39     | 2 36        | 59     | 3 56        |
| 20     | 1 20        | 40     | 2 40        | 60     | 4 0         |

Beispiele über den Gebrauch dieser Tafeln.

## §. 78.

**Erfahrung.** Das Licht, welches seiner Natur nach immer in einer geraden Linie fortgeht, gehorcht diesem Gesetze nicht mehr, wenn es aus einem Medium in ein anderes von verschiedener Dichtigkeit übergeht. Es wird dann gebrochen, und lässt die Gegenstände höher oder niedriger erscheinen, als sie wirklich sind, wie diess ein Ruder im



Wasser oder eine Münze zeigt, die auf dem Boden eines Anfangs leeren und dann mit Wasser gefüllten Bechers liegt.

### §. 79.

**Erklärung.** Es sei (Fig. 4.) über Hh ein dünneres Medium, z. B. Luft, und darunter ein dichteres, z. B. Wasser. Kömmt nun ein Lichtstrahl in der Richtung ACherab, und wird er nach B gebrochen, so ist Hh die Einfallsebene, C der Einfallspunkt, ACZ der Einfallswinkel, ZCN das Einfallslot, AZ der Sinus des Einfallswinkels, MCB der Brechungswinkel, MB sein Sinus.

### §. 80.

**Erfahrung.** Die Gesetze der Refraktion sind folgende:

1) Bei dem Übergange aus einem dünnern in ein dichteres Mittel wird der schief auffallende Lichtstrahl zum, im Gegenfalle vom Einfallslothe gebrochen; der senkrecht auffallende geht in seiner Richtung unverändert fort.

2) Einfallender und gebrochener Strahl sind immer in einerlei Ebene.

3) Die Sinusse des einfallenden und gebrochenen Strahles haben für die nämlichen Medien auch ein konstantes Verhältniss.

4) Bei sehr schief einfallenden Strahlen geht die Refraktion in Reflexion über.

5) Die Grösse der Refraktion richtet sich nicht genau nach der Dichtigkeit der Mittel, sondern vielmehr nach ihren besondern Anziehungskräften gegen das Licht.

### §. 81.

**Zusatz.** Dieser Refraktion ist jeder Lichtstrahl unterworfen, der von der Sonne und den übrigen Himmelskörpern kömmt, weil er aus dem dünnern Äther oder leeren Raume in die an Dichtigkeit abwärts zunehmenden



Schichten der Atmosphäre kömmt, und somit eine krumme, nach oben convexe Linie beschreibt. Da wir nun entfernte Gegenstände dort erblicken, wohin die letzte Richtung des in das Auge kommenden Lichtstrahles zielt; so sehen wir wegen der Refraktion die Himmelskörper höher, als sie wirklich sind, und müssen also bei der astronomischen Messung der Höhen diese um den Betrag der Refraktion vermindern.

### §. 82.

**Zusatz.** Die astronomische Refraktion wird übrigens

- 1) im Zenithe = 0, im Horizonte beinahe = 34 Minuten,
- 2) in gleichen Entfernungen vom Zenithe gleich gross seyn;
- 3) die Azimuthe nicht, wohl aber die Stundenwinkel und Polardistanzen ändern;
- 4) machen, dass die Himmelskörper bei ihrem Auf- oder Untergange den Horizont zu berühren scheinen, wenn sie unter demselben sind, und dass Sonne und Mond am Horizonte einen scheinbar kleinern vertikalen als horizontalen Durchmesser haben;
- 5) unberücksichtigt bleiben bei correspondirenden Höhen, so wie bei Culminationen, sobald diese nur zur Zeitbestimmung dienen.

### §. 83.

**Aufgabe.** Die Refraktion für jede gegebene wahre Höhe GF (Fig. 1.) zu berechnen.

**Auflösung.** Man wähle einen Stern, der, wenn er culminirt, nahe bei dem Zenithe steht, und messe seine Mittagshöhe. Diese beobachtete Mittagshöhe MH wird mit der wahren einerlei seyn, weil die Refraktion bei dem Zenithe unmerklich klein ist.

- 2) Man berechne hieraus dieses Sternes Deklination MA.



3) Aus der Deklination, der gegebenen Höhe SF, dann aus der bekannten Polhöhe berechne man den Stundenwinkel SPZ.

4) Man verwandle den Bogen AB, als das Mass des Stundenwinkels, in Sternzeit.

5) In dem Augenblicke, wann seit der Culmination so viel Zeit verflossen ist, als nach (4.) berechnet wurde, beobachte man die scheinbare Höhe des Sternes. Diese wird nun grösser seyn als die wahre Höhe SF, für welche die Rechnung gestellt war, und der Unterschied ist die Refraktion.

#### §. 84.

**Zusatz.** Anstatt die wahre Höhe als gegeben anzunehmen, und daraus die Zeit zu berechnen, wann der Stern diese Höhe haben müsse, kann man auch umgekehrt eine beliebige Zeit vor oder nach der Culmination annehmen, und daraus die wahre Höhe berechnen, die der Stern um diese Zeit haben muss, welche sodann, mit der beobachteten verglichen, ebenfalls die Refraktion gibt.

#### §. 85.

**Zusatz.** So kann man Refraktionstabeln berechnen, die man bei jeder beobachteten Höhe zu Rath ziehen muss, um die wahre zu bestimmen. Es liegt ihnen ein bestimmter Stand des Barometers und Thermometers zum Grunde, und ihre Anwendung für den beobachteten Stand dieser Instrumente geschieht mittelst eigener Korrektionstabeln. Jedoch bleibt immer einige Ungewissheit übrig, namentlich bei Beobachtungen nahe am Horizonte; denn

1) die Luft dehnt sich im trockenen Zustande anders aus, als im feuchten, wenn auch die Temperatur jedes Mal die nämliche ist;



2) die Winde führen immer neue Luftströme herbei, deren augenblickliche Änderungen weder am Barometer, noch am Thermometer merklich werden;

3) die Elektrizität ändert die Dichtigkeit der Luft nicht, aber einigermassen die Richtung der Lichtstrahlen;

4) manche Dünste stören, unabhängig vom Barometer - und Thermometerstande, die Refraktion.

Beispiel. Beobachtete Höhe  $= 33^{\circ} 45' 18'' = 33^{\circ} 45', 3$

für  $33^{\circ} 40'$  Tafel I.  $1' 27'', 36$

5  $- 0 \quad 0, 28$

0, 3  $- 0 \quad 0, 02$

---

mittlere Refraktion  $= 1 \quad 27,06 = 87'',06$

\* für 0,017  $- 1,48$

---

verbesserte Refraktion  $= 85,58$

\* Barom.  $27'',37$ . Faktor 0,975

Therm.  $+6,40$ .  $1,008$

---

Produkt der Faktoren 0,983

oder  $1-0,017$ .

Man hat also die beobachtete Höhe  $= 33^{\circ} 45' 18''$

die Refraktion  $= 1 \quad 25,6$

---

mithin die wahre Höhe  $= 33 \quad 43 \quad 52,4$ .

Beträgt das Produkt der Faktoren mehr als 1, so wird nur der dazu gehörige Decimalbruch berücksichtigt. Wäre z.B. jenes Produkt  $= 1,03$  gewesen, so hätte man . . . .  $87'',06$

wegen 0,03 . . . +  $2, 612$

---

verbesserte Refraktion  $89,67$ .



Tafel I. Refraktion für Barom. 28,075 P. Zoll, Therm. + 8° R.

| Scheinb. Höhe. |    |  | Refrakt. |      |  | Scheinb. Höhe. |    |      | Refrakt. |    |  | Scheinb. Höhe. |    |  | Refrakt. |      |  |
|----------------|----|--|----------|------|--|----------------|----|------|----------|----|--|----------------|----|--|----------|------|--|
| Gr.            | M. |  | M.       | S.   |  | Gr.            | M. | S.   |          |    |  | Gr.            | M. |  | M.       | S.   |  |
| 0              | 0  |  | 33       | 46,3 |  | 13             | 4  | 7,5  |          | 52 |  | 0              |    |  | 0        | 45,5 |  |
|                | 20 |  | 30       | 9,3  |  | 14             | 3  | 49,8 |          | 53 |  |                |    |  |          | 43,9 |  |
|                | 40 |  | 27       | 2,2  |  | 15             | 3  | 34,3 |          | 54 |  |                |    |  |          | 42,3 |  |
| 1              | 0  |  | 24       | 21,2 |  | 16             | 3  | 20,6 |          | 55 |  |                |    |  |          | 40,8 |  |
|                | 20 |  | 22       | 3,4  |  | 17             | 3  | 8,5  |          | 56 |  |                |    |  |          | 39,3 |  |
|                | 40 |  | 20       | 4,8  |  | 18             | 2  | 57,6 |          | 57 |  |                |    |  |          | 37,8 |  |
| 2              | 0  |  | 18       | 22,2 |  | 19             | 2  | 47,7 |          | 58 |  |                |    |  |          | 36,4 |  |
|                | 20 |  | 16       | 53,2 |  | 20             | 2  | 38,8 |          | 59 |  |                |    |  |          | 35,0 |  |
|                | 40 |  | 15       | 36,0 |  | 21             | 2  | 30,6 |          | 60 |  |                |    |  |          | 33,6 |  |
| 3              | 0  |  | 14       | 28,1 |  | 22             | 2  | 23,2 |          | 61 |  |                |    |  |          | 32,3 |  |
|                | 20 |  | 13       | 28,5 |  | 23             | 2  | 16,5 |          | 62 |  |                |    |  |          | 31,0 |  |
|                | 40 |  | 12       | 35,6 |  | 24             | 2  | 10,2 |          | 63 |  |                |    |  |          | 29,7 |  |
| 4              | 0  |  | 11       | 48,3 |  | 25             | 2  | 4,3  |          | 64 |  |                |    |  |          | 28,4 |  |
|                | 20 |  | 11       | 6,1  |  | 26             | 1  | 58,9 |          | 65 |  |                |    |  |          | 27,2 |  |
|                | 40 |  | 10       | 28,3 |  | 27             | 1  | 53,9 |          | 66 |  |                |    |  |          | 25,9 |  |
| 5              | 0  |  | 9        | 54,3 |  | 28             | 1  | 49,2 |          | 67 |  |                |    |  |          | 24,7 |  |
|                | 20 |  | 9        | 23,4 |  | 29             | 1  | 44,8 |          | 68 |  |                |    |  |          | 23,5 |  |
|                | 40 |  | 8        | 55,3 |  | 30             | 1  | 40,6 |          | 69 |  |                |    |  |          | 22,4 |  |
| 6              | 0  |  | 8        | 29,9 |  | 31             | 1  | 36,7 |          | 70 |  |                |    |  |          | 21,2 |  |
|                | 20 |  | 8        | 6,6  |  | 32             | 1  | 33,1 |          | 71 |  |                |    |  |          | 20,0 |  |
|                | 40 |  | 7        | 45,6 |  | 33             | 1  | 29,6 |          | 72 |  |                |    |  |          | 18,9 |  |
| 7              | 0  |  | 7        | 24,8 |  | 34             | 1  | 26,2 |          | 73 |  |                |    |  |          | 17,8 |  |
|                | 20 |  | 7        | 6,3  |  | 35             | 1  | 23,1 |          | 74 |  |                |    |  |          | 16,7 |  |
|                | 40 |  | 6        | 49,6 |  | 36             | 1  | 20,1 |          | 75 |  |                |    |  |          | 15,6 |  |
| 8              | 0  |  | 6        | 34,4 |  | 37             | 1  | 17,2 |          | 76 |  |                |    |  |          | 14,5 |  |
|                | 20 |  | 6        | 20,0 |  | 38             | 1  | 14,4 |          | 77 |  |                |    |  |          | 13,5 |  |
|                | 40 |  | 6        | 6,4  |  | 39             | 1  | 11,8 |          | 78 |  |                |    |  |          | 12,4 |  |
| 9              | 0  |  | 5        | 53,6 |  | 40             | 1  | 9,3  |          | 79 |  |                |    |  |          | 11,3 |  |
|                | 20 |  | 5        | 41,5 |  | 41             | 1  | 6,9  |          | 80 |  |                |    |  |          | 10,3 |  |
|                | 40 |  | 5        | 30,3 |  | 42             | 1  | 4,6  |          | 81 |  |                |    |  |          | 9,2  |  |
| 10             | 0  |  | 5        | 19,8 |  | 43             | 1  | 2,4  |          | 82 |  |                |    |  |          | 8,2  |  |
|                | 20 |  | 5        | 9,7  |  | 44             | 1  | 0,3  |          | 83 |  |                |    |  |          | 7,2  |  |
|                | 40 |  | 5        | 0,3  |  | 45             | 0  | 58,2 |          | 84 |  |                |    |  |          | 6,1  |  |
| 11             | 0  |  | 4        | 51,7 |  | 46             | 0  | 56,2 |          | 85 |  |                |    |  |          | 5,1  |  |
|                | 20 |  | 4        | 43,6 |  | 47             | 0  | 54,3 |          | 86 |  |                |    |  |          | 4,1  |  |
|                | 40 |  | 4        | 35,7 |  | 48             | 0  | 52,4 |          | 87 |  |                |    |  |          | 3,1  |  |
| 12             | 0  |  | 4        | 28,0 |  | 49             | 0  | 50,6 |          | 88 |  |                |    |  |          | 2,0  |  |
|                | 20 |  | 4        | 20,7 |  | 50             | 0  | 48,9 |          | 89 |  |                |    |  |          | 1,0  |  |
|                | 40 |  | 4        | 13,8 |  | 51             | 0  | 47,2 |          | 90 |  |                |    |  |          | 0,0  |  |



Tafel II. Zur Verbesserung der mittlern Refraktionen.

| Barometer. | Faktor. | Barometer. | Faktor. | Thermom. R. | Faktor. |
|------------|---------|------------|---------|-------------|---------|
| P. Zoll.   |         | P. Zoll.   |         |             |         |
| 26, 23     | 0, 934  | 27, 15     | 0, 967  | — 16,0      | 1, 128  |
| 27         | 935     | 19         | 968     | 14,4        | 1, 118  |
| 30         | 937     | 23         | 970     | 12,8        | 1, 109  |
| 34         | 938     | 26         | 971     | 11,2        | 1, 100  |
| 38         | 939     | 30         | 972     | 9,6         | 1, 091  |
| 41         | 0, 941  | 34         | 0, 973  | 8,8         | 1, 087  |
| 45         | 942     | 37         | 975     | 8,0         | 1, 082  |
| 49         | 943     | 41         | 976     | 7,2         | 1, 077  |
| 52         | 945     | 45         | 977     | 6,4         | 1, 073  |
| 56         | 946     | 48         | 979     | 5,6         | 1, 069  |
| 60         | 0, 947  | 52         | 0, 980  | 4,8         | 1, 064  |
| 63         | 949     | 56         | 981     | 4,0         | 1, 060  |
| 67         | 950     | 60         | 983     | 3,2         | 1, 056  |
| 71         | 951     | 63         | 984     | 2,4         | 1, 052  |
| 75         | 953     | 67         | 985     | 1,6         | 1, 048  |
| 78         | 0, 954  | 71         | 0, 987  | — 0,8       | 1, 044  |
| 82         | 955     | 74         | 988     | 0,0         | 1, 040  |
| 86         | 957     | 78         | 989     | + 0,8       | 1, 035  |
| 89         | 958     | 82         | 990     | 1,6         | 1, 031  |
| 93         | 959     | 85         | 992     | 2,4         | 1, 027  |
| 26, 97     | 0, 960  | 89         | 0, 993  | 3,2         | 1, 023  |
| 27, 00     | 962     | 93         | 995     | 4,0         | 1, 019  |
| 04         | 963     | 27, 96     | 996     | 4,8         | 1, 015  |
| 08         | 964     | 28, 00     | 997     | 5,6         | 1, 012  |
| 11         | 966     | 04         | 999     | 6,4         | 1, 008  |
|            |         |            |         | 7,2         | 1, 004  |
|            |         |            |         | 8,0         | 1, 000  |
|            |         |            |         | 8,8         | 0, 996  |
|            |         |            |         | 9,6         | 0, 992  |
|            |         |            |         | 10,4        | 0, 989  |
|            |         |            |         | 11,2        | 0, 985  |
|            |         |            |         | 12,0        | 0, 981  |
|            |         |            |         | 12,8        | 0, 977  |
|            |         |            |         | 13,6        | 0, 974  |
|            |         |            |         | 14,4        | 0, 971  |
|            |         |            |         | 16,0        | 0, 964  |
|            |         |            |         | 17,6        | 0, 956  |
|            |         |            |         | 19,2        | 0, 949  |
|            |         |            |         | 20,8        | 0, 942  |
|            |         |            |         | 24,0        | 0, 929  |



## §. 86.

Anmerkung. Die Berechnung der Refraktion (§. 83.) setzt die Polhöhe als bekannt voraus, und um die Polhöhe richtig zu finden, muss wieder die Refraktion bekannt seyn. Diess scheint widersinnig. Allein man muss in der Astronomie oft Anfangs unrichtige Voraussetzungen annehmen, um sich der Wahrheit nach und nach zu nähern.

Der wahre Ort des Poles sey P (Fig. 5.). Wegen der Refraktion erscheint er höher in p. Bei der ersten Berechnung der Refraktion (§. 83.) nimmt man den Pol also irriger Weise in p an. Der Stundenwinkel, den man berechnet (§. 83. 3.), ist also  $SpZ$  und grösser als  $SPZ$ . Wenn man somit nach diesem Stundenwinkel  $SpZ$  die Zeit bestimmt, wo man den Stern beobachten will, so wird diese Zeit zu gross seyn, d. h. man wird den Stern zu lange vor oder nach der Culmination beobachten; man wird also seine scheinbare Höhe kleiner finden, als man sie bei richtig angenommener Polhöhe finden würde; folglich den Unterschied zwischen der scheinbaren und der gegebenen wahren Höhe, d. h. die Refraktion gewiss nicht zu gross, sondern etwas zu klein erhalten.

Oder, wenn man nach §. 84. einen gewissen Stundenwinkel =  $SPZ$  nimmt, so nimmt man einen Winkel von der genannten Grösse, dessen Scheitel aber in den falschen Ort des Pols gesetzt wird, und dieser Winkel ist  $spZ$ . Man berechnet also den Abstand  $Zs$  vom Zenithe kleiner, als bei eben dem Stundenwinkel für den wahren Pol berechnet würde, wo derselbe =  $ZS$  ist. Die berechnete Höhe wird also für den angenommenen Stundenwinkel etwas zu gross seyn; mithin wieder der Unterschied zwischen ihr und der scheinbaren, d. h. die Refraktion zu klein.

Wenn man nun nach dieser so berechneten Refraktion die Polhöhe verbessert, so wird man dieselbe zwar kleiner als die scheinbare, aber noch etwas grösser als die wahre finden, oder der so bestimmte Ort des Pols wird zwischen



p und P fallen. Die für diese Polhöhe neuerdings berechnete Refraktion wird nun weniger von der wahren abweichen, und die für diese zuletzt gefundene Refraktion berechnete Polhöhe wird folglich auch wieder der wahren näher kommen.

#### §. 87.

**Anmerkung.** Die bisherigen Bestimmungen des Ortes am Himmel und der Zeit wurden bloss aus der gemeinschaftlichen täglichen Bewegung hergeleitet. Aus ihnen lässt sich aber noch nicht die Lage jedes Punktes am Himmel auf eine allgemein brauchbare Art bestimmen; denn Höhe und Azimuth ändern sich mit jedem Augenblicke und mit jedem Standorte; Deklination allein bestimmt noch nicht genau den Ort eines Sternes, sondern nur, in welchem Parallelkreise er stehe. Wir nehmen daher noch die eigene Bewegung der Sonne zu Hülfe.

#### §. 88.

**Erfahrung.** Die Deklination der Sonne ist ein halbes Jahr hindurch nördlich, und während der andern Jahreshälfte südlich. Zwei Mal im Jahre, im Frühlinge und Herbste, ist sie Null, oder die Sonne steht dann im Äquator selbst, und geht genau in Osten auf und in Westen unter.

#### §. 89.

**Zusatz.** Der Mittelpunkt der Sonne scheint mit eigener Bewegung in einem Kreise fortzurücken, welcher den Äquator in zwei Punkten schneidet.

#### §. 90.

**Erfahrung.** Wenn man sich den Punkt des Äquators merkt, wo die Sonne stand, als sie im wahren Westen unterging; so findet man, dass sie nach einem halben Jahre, wieder im Westpunkte untergehend, sich in einem



Punkte des Äquators befindet, der von jenem um  $180^\circ$  im Äquator entfernt ist.

§. 91.

**Zusatz.** Die beiden Durchschnittspunkte (§. 89.) stehen sich also gerade gegenüber, oder ihre Verbindungslinie ist ein Durchmesser des Äquators. Der Kreis, worin der Mittelpunkt der Sonne fortzurücken scheint, halbirt also den Äquator, und ist folglich ein grösster Kreis.

§. 92.

**Erklärung.** Die Ekliptik ist der grösste Kreis an der scheinbaren Himmelskugel, in welchem der Mittelpunkt der Sonne mit eigener Bewegung fortzurücken scheint; EF in Fig. 6.

§. 93.

**Erklärung.** Äquinoktialpunkte heissen die beiden Durchschnittspunkte der Ekliptik und des Äquators. Frühlingspunkt, W in Fig. 6., heisst für unsere Gegenden derjenige, von welchem die Sonne in die nördliche Halbkugel rückt; Herbstpunkt derjenige, von welchem sie in die südliche Halbkugel rückt; Äquinoktien oder Nachtgleichen sind die beiden Zeitpunkte, an welchen die Sonne in diesen beiden Punkten ist.

§. 94.

**Erklärung.** Solstitialpunkte heissen die beiden Punkte der Ekliptik, E u. F in Fig. 6., welche von den Äquinoktialpunkten um  $90^\circ$  abstehen, oder in welchen die Sonne ihre grösste Deklination hat. Sommerpunkt heisst für unsere Gegenden derjenige, wo sie die grösste nördliche Deklination hat; Winterpunkt jener, wo sie die grösste südliche Deklination hat; jener ist E, dieser F.

§. 95.

**Erklärung.** Schiefe der Ekliptik heisst der



Winkel EWA, unter welchem Äquator und Ekliptik gegen einander geneigt sind.

§. 96.

Erklärung. Koluren nennt man die beiden grössten Kreise durch die beiden Weltpole und die Solstitial- oder Äquinoktialpunkte. Äquinoktialkolor oder Kolor der Nachtgleichen ist der grösste Kreis durch die Weltpole und die Äquinoktialpunkte; Solstitialkolor der grösste Kreis durch die Weltpole und Solstitialpunkte; jener PWQ, dieser PAQD.

§. 97.

Erklärung. Polarkreise sind die kleinern Kreise, welche die Pole der Ekliptik bei der täglichen Bewegung um die Weltpole beschreiben. Wendekreise sind die kleinern Kreise, welche die Solstitialpunkte bei der täglichen Bewegung beschreiben, oder, welches einerlei ist, sie sind die Tagekreise der Sonne zur Zeit ihrer grössten Deklination. — Es gibt einen nördlichen und einen südlichen Polar- und Wendekreis; jene sind KL und MN, diese HE und FG.

§. 98.

Erklärung. Punkte des Auf- und Unterganges sind diejenigen Punkte, wo sich Ekliptik und Horizont schneiden. Aufgangswinkel ist der Winkel, unter welchem die Ekliptik gegen den Horizont geneigt ist. Der Nonagesimus ist der Punkt der Ekliptik, welcher von den Durchschnittspunkten der Ekliptik und des Horizontes um  $90^\circ$  entfernt ist.

§. 99.

Zusatz. Da die tägliche Rotation um die Weltaxe, nicht aber um die Axe der Ekliptik geschieht; so kömmt dieser Kreis bei einer Umdrehung immer in andere Lagen. Es verändern sich also die Punkte des Auf- und Unterganges, so wie der Winkel des Aufganges.



## §. 100.

Erklärung. Die 12 Zeichen der Ekliptik sind zwölf gleiche Bogen, jeder von  $30^\circ$ . Vom Frühlingspunkte ( $0^\circ$  des Widders) an gezählt, der täglichen Bewegung entgegen, also nach der eigenen Bewegung der Sonne, sind sie: Widder, Stier, Zwillinge, Krebs, Löwe, Jungfrau, Wage, Skorpion, Schütze, Steinbock, Wassermann, Fische.

## §. 101.

Erklärung. Der Thierkreis ist ein Streifen, etwa  $20^\circ$  breit, der so um die Himmelskugel geht, dass die Ekliptik in dessen Mitte ist, oder dass die Grenzen desselben in einer Weite von  $10^\circ$  auf jeder Seite mit der Ekliptik parallel gehen.

## §. 102.

Erklärung. Rektascension oder gerade Aufsteigung ist der Bogen des Äquators zwischen  $0^\circ$  des Widders und dem Deklinationskreise eines Sternes nach der Ordnung der Zeichen, d. h. der Richtung der täglichen Bewegung entgegen. So ist WB die Rektascension des Sternes s in Fig. 6.

## §. 103.

Zusatz. Kann man nun den Punkt  $0^\circ$  des Widders im Äquator genau bestimmen, so kann eines jeden Sternes Rektascension angegeben werden, und durch diese nebst der Deklination ist alsdann der Ort des Sternes an der scheinbaren Himmelskugel in Beziehung auf den Äquator völlig bestimmt.

## §. 104.

Erklärung. Breitenkreise sind grösste Kreise durch die Pole der Ekliptik, also das in Beziehung auf die Ekliptik, was die Deklinationskreise in Beziehung auf den Äquator sind, z. B. LV in Fig. 6. Nördliche oder



südliche Breite eines Sternes ist der Bogen des durch ihn gelegten Breitenkreises zwischen dem Sterne und der Ekliptik; die nördliche Breite des Sternes X ist XV.

§. 105.

Zusatz. Die Sonne, welche immer in der Ekliptik selbst ist, hat niemals eine Breite.

§. 106.

Erklärung. Länge eines Sternes ist der Bogen der Ekliptik zwischen  $0^\circ$  des Widders und dem Breitenkreise des Sternes, z. B. VW für X in Fig. 6. Steht der Stern in der Ekliptik selbst, so ist sie folglich der Bogen zwischen  $0^\circ$  des Widders und dem Sterne; bei der Sonne der Bogen zwischen  $0^\circ$  des Widders und dem Mittelpunkte der Sonne.

§. 107.

Zusatz. Länge und Breite bestimmen den Ort eines Sternes in Beziehung auf die Ekliptik, so wie Rektascension und Deklination in Beziehung auf den Äquator, und so wie Azimuth und Höhe in Beziehung auf den Horizont. Zu den beiden ersten Bestimmungen ist die Auffindung eines bestimmten Punktes in dem Äquator und der Ekliptik, nämlich des  $0^\circ$  des Widders, nöthig, so wie zu der letztern Bestimmung die Auffindung der Mittagsfläche und des Südpunktes nöthig war.

§. 108.

Aufgabe. Die Schiefe der Ekliptik durch Beobachtung zu finden.

Auflösung. Man beobachte um die Zeit des Sommersolstitiums, wo die Sonne die grösste nördliche Deklination hat, die Mittagshöhen der Sonne einige Tage nach einander, wenn die Höhen noch wachsen, und bis sie wieder abnehmen. Die Differenz zwischen der grössten



Mittagshöhe der Sonne und der Äquatorshöhe gibt die grösste Deklination, d. h. die Schiefe der Ekliptik.

§. 109.

Anmerkung. Wenn dieses Verfahren die Schiefe der Ekliptik völlig richtig geben sollte, so müsste die Sonne gerade im Mittage ihre grösste Deklination haben. Diess wird nun freilich selten zutreffen; allein der Fehler, der dabei begangen werden kann, ist nicht beträchtlich, weil die Deklination der Sonne um die Zeit der Solstitien sich nur langsam ändert.

|                                         |   |         |
|-----------------------------------------|---|---------|
| Beispiel. Grösste Mittagshöhe der Sonne | = | 64° 26' |
| hiervon abgezogen die Äquatorshöhe      | = | 40 59   |
| bleibt übrig die Schiefe der Ekliptik   | = | 23 27.  |

§. 110.

Anmerkung. Die Vergleichung älterer und neuerer Beobachtungen zeigt, dass die Schiefe der Ekliptik sich vermindere, welche Verminderung aber in 100 Jahren nur 48' beträgt, und zwischen den Grenzen von 1° 20' eingeschlossen ist. Am 1. Januar 1828 betrug die Schiefe der Ekliptik 23° 27' 35'', 0, und am 1. Januar 1829 betrug sie 23° 27' 33, 3, und am 1. Januar 1830 wird sie 23° 27' 32, 7 betragen.

§. 111.

Erklärung. Wenn BCD (Fig. 3.) die Ebene des Äquators, BCD' jene der Ekliptik, und BC die Äquinoktiallinie ist; so wird für einen Stern a (§. 66.)

die Schiefe der Ekliptik = DCD' =  $\omega$  = 90 —  $\varphi$  (3)

die Rektascension = cCb =  $\alpha$  = 90 — a (5)

die Deklination = aCb =  $\delta$  = h (8)

die Länge = cCb' =  $\lambda$  = 90 — s (4)

die Breite = aCb' =  $\beta$  =  $\delta$ . (6)

Mithin kann man die frühern Formeln auch für die folgenden Aufgaben gebrauchen, wenn man die Veränderungen macht, welche durch die Complementary Winkel nöthig werden.



## §. 112.

**Aufgabe.** Aus der Schiefe der Ekliptik und der Deklination der Sonne die Länge und Rektascension der Sonne für einen gegebenen Zeitpunkt zu finden.

**Auflösung.** Man suche aus der zur gegebenen Zeit beobachteten Mittagshöhe die Deklination. Zur Bestimmung der Länge aus der gefundenen Rektascension und der Schiefe der Ekliptik verändere man die Gleichung (25.) aus §. 72. in die allgemeine

$$\cos \lambda = \frac{\cos \delta \cdot \cos \alpha}{\cos \beta}, \quad (34)$$

und dann in die besondere für die Sonne,

$$\cos \lambda = \cos \delta \cdot \cos \alpha, \quad (35)$$

Will man aber die Länge unmittelbar aus der Deklination und der Schiefe der Ekliptik finden, so verändere man die Gleichung (22.) aus §. 69. zuerst in den allgemeinen Ausdruck

$$\sin \lambda = \frac{\sin \delta - \sin \beta \cdot \cos \omega}{\cos \beta \cdot \sin \omega}, \quad (36)$$

und in den besondern für die Sonne,  $\sin \lambda = \frac{\sin \delta}{\sin \omega}$ . (37)

## §. 113.

**Aufgabe.** Aus der Schiefe der Ekliptik und der Länge der Sonne ihre Deklination und Rektascension zu finden.

**Auflösung.** Aus der Gleichung (37.) erhält man  $\sin \delta = \sin \omega \cdot \sin \lambda$ , (38)  
und aus (21.) in §. 67. allgemein

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \lambda \cdot \cos \omega - \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin s}, \quad (39)$$

und insbesondere für die Sonne, deren  $\beta = 0$  ist,

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \lambda \cdot \cos \omega. \quad (40)$$

## §. 114.

**Beispiel.** Die Sonne steht im  $20^\circ$  des Stieres; ihre Deklination und Rektascension zu bestimmen.



**Auflösung.** Gemäss der Formel (38.) ist

$$\log. \sin 23^{\circ} 27' 35'' = 9,5999968$$

$$\log \sin (30^{\circ} + 20^{\circ}) = \log \sin 50^{\circ} = 9,8842540$$

$$9,4842508 = \log. \sin 17^{\circ} 45' 22'',$$

mithin die gesuchte Deklination  $= 17^{\circ} 45' 22''$ .

Ferner ist nach der Formel (40.)

$$\log \operatorname{tg} 50^{\circ} = 0,0761865$$

$$\log \cos 23^{\circ} 27' 35'' = 9,9625396$$

$$0,0387261 = \log \operatorname{tg} 47^{\circ} 33' 4''.$$

Mithin ist die gesuchte Rektacension  $= 47^{\circ} 33' 4''$ .

### §. 115.

**Zusatz.** Wenn  $\lambda = 1^{\circ}$  ist, so findet man  $\delta = 24'$  beinahe. Also um die Zeit der Nachtgleichen ändert sich die Deklination der Sonne um beinahe  $24'$ , während die Sonne um  $1^{\circ}$  fortrückt, d. h. ungefähr in einem Tage.

$$\text{Ist } \lambda = 89^{\circ}, \text{ so ist } \delta = 23^{\circ} 27' 44''$$

$$,, \lambda = 90^{\circ}, \quad ,, \delta = 23 \quad 28 \quad 00$$

$$\text{Unterschied} = 16''.$$

Mithin beträgt um die Zeit der Solstitien die Änderung der Deklination nur  $16''$ , während die Sonne um  $1^{\circ}$  in ihrer Bahn fortrückt.

### §. 116.

**Aufgabe.** Die Rektascension eines Sternes zu finden.

**Auflösung 1.** Man beobachte die Culmination des Sternes und die nächst vorhergehende oder folgende Culmination der Sonne. Die zwischen beiden Augenblicken verflossene Sternzeit verwandle man in Bogen des Äquators; so hat man den Unterschied der Rektascensionen des Sternes und der Sonne. Da man nun die Rektascension der Sonne nach §. 113. gefunden hat, so braucht man nur den gefundenen Unterschied dazu zu addiren, oder davon abzuziehen, um die Rektascension des Sternes zu finden.



**Auflösung 2.** Man kann auf dieselbe Weise den Unterschied der Rektascensionen zweier Sterne gebrauchen, wenn die des einen Sternes bekannt ist.

## §. 117.

**Beispiel. Zeit der Culmination.**

|                                    |         |                            |        |                                |           |
|------------------------------------|---------|----------------------------|--------|--------------------------------|-----------|
| I. Nacht 7 <sup>h</sup> 31' 8" = A | Capella | 10 <sup>h</sup> 4' 11" = B | Pollux | 4 <sup>h</sup> 42' 5" Früh = C | Arcturus. |
| II. Nacht 7 46 12 = A'             |         | 10 29 15 = B'              |        | 4 47 9 — = C'                  |           |

Zeit einer Rotation der scheinbaren Himmelskugel =  
 $A' - A = B' - B = C' - C = 24^h 15' 4'' = 87304''$ ; ferner  
 $B - A = B' - A' = 2 33 3 = 9183$   
 $C - A = C' - A' = 9 10 57 = 33057$ .

Da nun 4'' Zeit 60'' Bogen geben (§. 77.), so hat man  
 $4:60 = 87304:1309560$  und

$$87304:1309560 = 9183:137745 = 33^\circ 15' 45''$$

$$33057:495855 = 137 44 15.$$

Ist nun die bekannte Rektascension der  
 Capella =  $75^\circ 6' 00''$ ,  
 so ist jene des Pollux =  $75^\circ 6' + 33^\circ 15' 45'' = 108^\circ 21' 45''$   
 und jene des Arcturus =  $75 6 + 137 44 15 = 212 50 15$ .

## §. 118.

**Anmerkung.** So kann nach § 73. die Deklination und nach §. 116. die Rektascension, also der Ort eines Sternes in Beziehung auf den Äquator, bestimmt werden.

## §. 119.

**Aufgabe.** Die Länge und Breite eines Sternes aus seiner Rektascension und Deklination zu finden; die Schiefe der Ekliptik ebenfalls als bekannt vorausgesetzt.

**Auflösung.** Aus der Gleichung (28.) in §. 72. erhält man

$$\operatorname{tg} \lambda = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \omega + \operatorname{tg} \delta \cdot \frac{\sin \omega}{\cos \alpha}, \quad (41)$$

und aus der Gleichung (18.) in §. 67.

$$\sin \beta = \sin \delta \cdot \cos \omega - \cos \delta \cdot \sin \alpha \cdot \sin \omega, \quad (42)$$

wobei wieder südliche Deklinationen negativ sind.



## §. 120.

**Beispiel.** Es sei eines Sternes Rektascension =  $26^{\circ} 53'$ , seine Deklination =  $41^{\circ} 2'$  nördlich; so ist

$$\log \operatorname{tg} \alpha = \log \operatorname{tg} 26^{\circ} 53' = 9,7049765$$

$$\log \cos \omega = \log \cos 23^{\circ} 27' 35'' = 9,9625396$$

$$\log \operatorname{tg} \alpha + \log \cos \omega = 9,6675161 = \log 0,46507$$

$$\log \operatorname{tg} \delta = \log \operatorname{tg} 41^{\circ} 2' = 9,9396733$$

$$\log \sin \omega = \log \sin 23^{\circ} 27' 35'' = 9,5999968$$

$$9,5396701$$

$$\log \cos \alpha = \log \cos 26^{\circ} 53' = 9,9503303$$

$$\log \operatorname{tg} \delta + \log \sin \omega - \log \cos \alpha = 9,5893398 = \log 0,38845$$

$$\log \operatorname{tg} \lambda = \log 0,85352$$

$$= 9,9312137$$

$$= \log \operatorname{tg} 40^{\circ} 28' 53'',$$

also die gesuchte Länge des Sternes =  $1^s 10^{\circ} 28' 53''$ ,

weil  $30^{\circ}$  ein Zeichen ausmachen,

oder sie ist = Stier 10 28 53.

Ferner ist

$$\log \sin \delta = \log \sin 41^{\circ} 2' = 9,8172334$$

$$\log \cos \omega = \log \cos 23^{\circ} 27' 35'' = 9,9625396$$

$$\log \sin \delta + \log \cos \omega = 9,7797730 = \log 0,60225$$

$$\log \cos \delta = \log \cos 41^{\circ} 2' = 9,8775601$$

$$\log \sin \alpha = \log \sin 26^{\circ} 53' = 9,6553068$$

$$\log \sin \omega = \log \sin 23^{\circ} 27' 35'' = 9,5999968$$

$$9,1328637 = \log 0,13578$$

$$\log \sin \beta = \log 0,46647$$

$$= 9,6688237$$

$$= \log \sin 27^{\circ} 48' 19''.$$

## §. 121.

**Anmerkung.** Da man die Rektascension und Deklination, so wie die Länge und Breite eines jeden Fixsternes bestimmen kann; so lassen sich Verzeichnisse der Fixsterne verfertigen, worin ihre Orte in Beziehung auf den Äquator und die Ekliptik angegeben werden. Die Alten beobachteten Länge und Breite unmittelbar;



die Neuern aber beobachten seit Tycho de Brahe sicherer Rektascension und Deklination, und leiten daraus Länge und Breite durch Rechnung her. Schon in den entfernte-  
sten Zeiten aber hat man die Sterne in gewisse Samm-  
lungen oder Gruppen vertheilt, denen man die Figuren  
von Menschen, Thieren u. dgl. gegeben hat. Diese Stern-  
bilder haben grösstentheils Beziehung auf die Mytho-  
logie der Alten. Die Neuern haben sie beibehalten, und mit  
andern vermehrt. Man lernt sie am besten aus Stern-  
karten und mittelst der künstlichen Himmelsku-  
geln kennen, welche Hülfsmittel aber nicht für alle Zei-  
ten richtig bleiben, wovon nachstehende Erfahrung den  
Grund angibt (§. 122.). — Auch viele einzelne Sterne  
haben besondere Namen, grösstentheils arabische; die an-  
dern werden in jedem einzelnen Sternbilde durch Buch-  
staben oder Ziffern unterschieden.

Verzeichniss der Normalsterne, für den Anfang des  
Jahres 1830.

| Namen und Grösse<br>der Sterne. |     | Rektascension | Jährliche<br>Änderung | Deklination.  | Jährliche<br>Änderung |
|---------------------------------|-----|---------------|-----------------------|---------------|-----------------------|
| $\gamma$ Pegasi                 | 2   | 1° 7' 20"     | +46'',1               | 14° 14' 16" N | +20'',0               |
| $\alpha$ Arietis                | 3   | 29 24 1       | 50, 3                 | 22 39 16 N    | +17, 3                |
| $\alpha$ Ceti                   | 2   | 43 14 4       | 46, 8                 | 3 5 25 N      | +14, 5                |
| $\alpha$ Tauri                  | 1   | 66 32 2       | 51, 4                 | 16 9 41 N     | +7, 9                 |
| $\alpha$ Aurigae                | 1   | 46 2 4        | 66, 1                 | 45 48 52 N    | +4, 5                 |
| $\beta$ Orionis                 | 1   | 76 35 31      | 43, 1                 | 8 32 0 S      | +4, 7                 |
| $\beta$ Tauri                   | 2   | 78 53 14      | 56, 7                 | 28 27 20 N    | +3, 8                 |
| $\alpha$ Orionis                | 1   | 86 29 30      | 48, 6                 | 7 22 5 N      | +1, 3                 |
| $\alpha$ Canis maj.             | 1   | 99 24 56      | 39, 8                 | 16 29 17 S    | +4, 4                 |
| $\alpha$ Geminorum              | 1.2 | 110 56 6      | 57, 8                 | 32 15 50 N    | —7, 2                 |
| $\alpha$ Canis min.             | 1.2 | 112 35 51     | 47, 1                 | 5 39 20 N     | —8, 6                 |
| $\beta$ Geminorum               | 2.3 | 113 43 13     | 55, 3                 | 28 25 47 N    | —8, 0                 |
| $\alpha$ Hydrae                 | 2   | 139 48 27     | 44, 2                 | 7 55 34 S     | +15, 3                |
| $\alpha$ Leonis                 | 1   | 149 49 40     | 48, 1                 | 12 47 43 N    | —17, 3                |
| $\beta$ Leonis                  | 2   | 175 9 41      | 46, 0                 | 15 31 23 N    | —20, 1                |



|                          |     |              |        |              |         |
|--------------------------|-----|--------------|--------|--------------|---------|
| $\beta$ Virginis         | 3   | 175° 27' 34" | +46",9 | 2° 43' 21" N | — 20, 3 |
| $\alpha$ Virginis        | 1   | 199 3 42     | 47, 2  | 10 16 15 S   | +19, 0  |
| $\alpha$ Bootis          | 1   | 211 58 34    | 40, 9  | 20 4 18 N    | — 19, 0 |
| $\alpha'$ Librae         | 2   | 220 19 26    | 49, 5  | 15 12 17 S   | — 15, 3 |
| $\alpha''$ Librae        | 2.3 | 220 22 17    | 49, 5  | 15 19 45 S   | +15, 4  |
| $\alpha$ Coronae         | 2.3 | 231 52 26    | 38, 2  | 27 7 32 N    | — 12, 5 |
| $\alpha$ Serpentis       | 2.3 | 233 58 28    | 44, 2  | 6 58 00 N    | — 11, 8 |
| $\alpha$ Scorpii         | 1   | 244 44 58    | 54, 9  | 26 2 48 S    | + 8, 7  |
| $\alpha$ Herculis        | 3   | 256 43 28    | 41, 0  | 14 35 31 N   | — 4, 5  |
| $\alpha$ Ophiuchi        | 2   | 261 45 38    | 41, 6  | 12 41 29 N   | — 3, 1  |
| $\alpha$ Lyrae           | 1   | 277 47 41    | 30, 4  | 38 37 48 N   | + 2, 9  |
| $\gamma$ Aquilae         | 3   | 294 32 33    | 42, 7  | 10 12 20 N   | + 8, 3  |
| $\alpha$ Aquilae         | 1.2 | 295 37 15    | 43, 9  | 8 25 35 N    | + 9, 0  |
| $\beta$ Aquilae          | 3   | 296 44 22    | 44, 1  | 5 59 17 N    | + 8, 4  |
| $\alpha$ Capricorni      | 3.4 | 302 3 16     | 50, 0  | 13 1 37 S    | — 10, 5 |
| $\alpha'$ Capricorni     | 3   | 302 9 13     | 50, 0  | 13 3 45 S    | — 10, 8 |
| $\alpha$ Cygni           | 2   | 308 54 30    | 30, 6  | 44 40 37 N   | +12, 6  |
| $\alpha$ Aquarii         | 3   | 329 15 40    | 46, 2  | 1 8 31 S     | — 18, 2 |
| $\alpha$ Piscis austrini | 1   | 342 3 35     | 50, 1  | 30 31 13 S   | — 18, 8 |
| $\alpha$ Pegasi          | 2   | 344 4 12     | 44, 6  | 14 14 33 N   | +19, 2  |
| $\alpha$ Andromedae      | 2.3 | 359 54 38    | 49, 0  | 28 8 56 N    | +19, 9  |

Bode, Vorstellung der Gestirne auf 54 Kupfertafeln, nebst einem Sternkataloge. Berlin 1805. — Löwenörns bei diesem Buche befindliche Karte. — In nachstehender Übersicht steht vor den in unsern Gegenden um Mitternacht aufgehenden Sternbildern A, vor den gleichzeitig in unserm Meridiane befindlichen B, und vor den zur nämlichen Zeit bei uns untergehenden C.

1. Januar. A) Herkules, Krone, Berg Mänalus, Jungfrau, Becher, Hintertheil des Schiffes. B) Grosser Hund, Zwillinge, Bauch des Drachen, Lyra. C) Südlicher Arm des Eridanus, Band der Fische, Pegasus, Kopf des Schwanes.

1. Februar. A) Südlicher Theil der Leyer und des Schwanes, Kopf des Herkules, Hals der Schlange, Berg Mänalus, Wage, Rabe, Schwanz der Wasserschlange (Hydra). B) Schiff, Kopf der Wasserschlange, Krebs, Vorderfüsse des grossen Bären, westlicher Fuss und Arm des Cepheus, Schwan. C) Hintertheil des Schiffes, südlicher Theil des grossen Hundes und des Hasen, nördlicher Arm des Eridanus, der Kopf des Wallfisches, Widder, nördlicher Fisch, Kopf der Andromeda.

1. März. A) Südlicher Flügel des Schwans, Ophiuchus, Centaur. B) Wasserschlange, Löwe, Hinterfüsse des grossen Bären Cepheus.



C) Hintertheil des Schiffes, grosser Hund, Orion, Stier, Triangel, Andromeda.

1. April. A) Kopf der Andromeda, Pegasus, Adler, Füsse des Ophiuchus, Skorpion, Wolf, Centaur. B) Centaur, Schwanz der Wasserschlange, Rabe, Jungfrau, Haupthaar der Berenice, Schwanz des grossen Bären und des Drachen, Cassiopeja, Andromeda. C) Schwanz der Wasserschlange, Orion, Stier, südlicher Theil der Andromeda.

1. May. A) Andromeda, Pegasus, kleines Pferd, Kopf und Bogen des Schützen, Skorpion, Wolf. B) Centaur, Wage, Berg Mänalus, Bootes, Schwanz des Drachen, Kopf des kleinen Bären, Perseus. C) Centaur, südlicher Theil des Bechers mit der Wasserschlange, Zwillinge, Füsse des Fuhrmanns.

1. Juny. A) Östlicher Fuss des Perseus, Triangel, nördl. Fisch, Wassermann, Steinbock, Schütze. B) Skorpion, westl. Theil des Ophiuchus und Herkules, Schwanz des Drachen, kleiner Bär, Fuhrmann. C) Wolf, Schwanz der Wasserschlange, Rabe, Becher, Vorderfüsse des Löwen, Krebs, Köpfe der Zwillinge.

1. July. A) Südlicher Theil des Fuhrmanns, westlicher Theil des Stiers, Widder, Band der Fische, südlicher Theil des Wassermanns, südlicher Fisch, Schützenpferd. B) Schütze, Geyer mit der Leyer, Kopf und Hals des Drachen, Schwanz des kleinen Bären. C) Skorpion, Wage, Jungfrau, Löwe.

1. August. A) Köpfe der Zwillinge, Stier, Wallfisch, südlicher Fisch. B) Steinbock, kleines Pferd, Delphin, Schwan, westlicher Theil des Cepheus, Kopf und die Vorderfüsse des grossen Bären. C) Schütze, Füsse des Ophiuchus, Wage, Berg Mänalus, Haupthaar der Berenice.

1. September. A) Krebs, Zwillinge, Orion, Eridanus. B) Südlicher Fisch, östlicher Theil des Wassermanns, Pegasus, Cepheus, grosser Bär. C) Südlicher Fisch, Schütze, Kopf der Schlange, Füsse des Bootes.

1. Oktober. A) Kopf des Löwen, Krebs, kleiner Hund, Hase, südlicher Arm des Eridanus. B) Schwanz des Wallfisches, Band der Fische, nördlicher Fisch, Andromeda, Cassiopeja, Schwanz des Drachen, Schwanz des grossen Bären. C) Südlicher Fisch, Steinbock, Antinous, Köpfe des Ophiuchus und Herkules, Krone, südlicher Theil des Bootes.

1. November. A) Löwe, Kopf der Wasserschlange, grosser Hund, südlicher Theil des Eridanus. B) Kopf und Vordertheil des Wallfisches, Widder, Medusenkopf, westlicher Theil des Perseus, kleiner Bär, Schwanz des Drachen, Bootes. C) Wassermann, Adler, Pfeil, Herkules.

1. December. A) Nördliche Krone, Bootes, Haupthaar der Berenice, Jungfrau, Hintertheil des Schiffes, grosser Hund. B) Süd-



licher und nördlicher Arm des Eridanus, Orions Schild, Stier, westlicher Theil des Fuhrmanns, Camelopard, Schwanz des kleinen Bären, Drache, Herkules. C) Südlicher Arm des Eridanus, Schwanz des Wallfisches, Kopf des Pegasus, südlicher Theil der Leyer.

Da es unter allen Sternen vielleicht nicht zwei gibt, die sich an Glanz und Farbe vollkommen gleich sind; so hat man die Sterne, um sie desto sicherer von einander zu unterscheiden, nach ihrem grössern oder geringern Glanze in verschiedene Klassen getheilt. Man hat auf diese Weise die Sterne bis zur neunten Grösse eingetheilt; allein schon die Sterne der siebenten Grösse sind äusserst schwer mit blossen Augen zu erkennen, und die noch kleinern lassen sich nur durch Fernrohre bemerken, und heissen daher teleskopische Sterne. Jedoch ist diese verschiedene Grösse nur scheinbar, und eine Folge des stärkern und schwächern Glanzes der Sterne, der wahrscheinlich theils von ihren verschiedenen Entfernungen, theils von einer eigenthümlichen Beschaffenheit ihres Lichtes herrührt. Werden sie durch gute Teleskope betrachtet, so erscheinen alle Sterne beinahe gleich gross, als leuchtende Punkte. Hierin liegt auch der Grund ihres beständigen Funkelns, indem jedes in der Atmosphäre schwimmende Dunstkügelchen den ganzen Stern, wenn es vor ihm vorüberzieht, bedeckt, und dadurch nicht allein seinen Glanz, sondern auch die Richtung ändert, in der wir ihn sehen, und diess desto mehr, je feuchter und unruhiger die Luft ist.

Als Sterne erster Grösse sind einstimmig folgende zwölf anerkannt: Auge des Stieres oder Aldebaran; auch Palilicium, Capella (die Ziege) im Fuhrmanne, Rigel im linken Fusse Orions, Sirius im Maule des grossen Hundes, Regulus oder Herz des Löwen, Arkturus am linken Knie des Bootes, Antares oder das Herz des Skorpions, Wega in der Leyer, Fomahand am Maule des südlichen Fisches, Canopus am Steuerruder des Schiffes, Akarnar am südlichen Ende des Eridanus; wovon die beiden letzten für Europa nicht aufgehen, und Sirius und Canopus die übrigen an Glanz so sehr übertreffen, dass man sie durch die reine Luft der Südländer am Tage sieht. Allen diesen vorgenannten Sternen zunächst steht Atair im Adler, Procyon in der Hüfte des kleinen Hundes, und Spica, die Ähre der Jungfrau. Die grösser gedruckten haben noch nicht 1'' im Durchmesser (weil der Mond, wenn er sie bedeckt, dazu nicht 4''' Zeit braucht, wie es sein müsste, wenn ihr Durchmesser = 1'' wäre, da 1'' Raum = 4''' Zeit ist); noch kleiner ist der Diameter der übrigen.

### §. 122.

**Erfahrung.** Die Länge der Fixsterne bleibt nicht immer dieselbe, sondern nimmt jährlich zu. Dieses



Wachsthum der Länge beträgt in einem Jahre  $50''$ , 25 und in 25791 Jahren  $360^\circ$ . Der berühmte Stern  $\gamma$  des Wid-  
ders stand zu Hipparch's Zeiten genau auf dem Frühlings-  
punkte, ist aber jetzt schon mehr als  $30^\circ$  (gegen Osten)  
zurück, wesshalb die Zeichen des Thierkreises von den  
Sternbildern desselben wohl zu unterscheiden sind. —  
Die Breite der Sterne bleibt unverändert.]

### §. 123.

**Zusatz.** Diese Erscheinung lässt sich auf zweierlei  
Art erklären. Entweder rücken alle Fixsterne nach der  
Ordnung der Zeichen vom Frühlingspunkte weg, indem  
dieser unbeweglich bleibt, oder die Fixsterne bewegen sich  
nicht, sondern der Frühlingspunkt bewegt sich gegen die  
Ordnung der Zeichen zurück. Es ist klar, dass diese letz-  
tere Voraussetzung weit einfacher ist: dass nämlich die  
scheinbare eigene Bewegung der Fixsterne von einer Ver-  
rückung der Durchschnittspunkte des Äquators und der  
Ekliptik entstehe. Man nennt diese das Rückwärts-  
gehen der Nachtgleichen.

### §. 124.

**Zusatz.** Wenn die Durchschnittspunkte des Äqua-  
tors und der Ekliptik sich verrücken, so müssen nothwendig  
auch die Pole dieser beiden Kreise ihre Lage gegen einan-  
der ändern. Sind die Ekliptik und ihre Pole unbeweglich, so  
müssen die Weltpole sich um die Pole der Ekliptik herum  
bewegen. Zu einem ganzen solchen Umlaufe sind dann  
25791 Jahren nöthig.

### §. 125.

**Erklärung.** Es sey AB (Fig. 7.) die Ekliptik, CD der  
Äquator, En parallel mit E'r und senkrecht auf AB, n der  
Frühlingspunkt,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  die drei Hauptsterne im Kopfe des  
Widders, und  $\xi$  ein Stern im Fusse desselben. Gesetzt,  
es sey zu Hipparch's Zeiten die Länge der Sterne  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\xi$



in Bezug auf die Ekliptik und den Äquator so gewesen, wie die Figur zeigt; so war für den Stern  $\gamma$

$\lambda = 0$ ,  $\beta = n\gamma$  nördlich,  $\alpha = 360^\circ - nd$ ,  $\delta = \gamma d$  nördlich, und für den Stern  $\xi$

$\lambda = nq$ ,  $\beta = \xi q$  südlich,  $\alpha = no$ ,  $\delta = \xi o$  südlich.

Nun bleibe alles unbeweglich, und nur der Äquator rücke links von CD nach C'D', behalte aber gleiche Neigung mit der Ekliptik, wie zuvor; der Durchschnittspunkt n ist dadurch nach r gerückt, und nun ist für den Stern  $\gamma$

$\lambda = rn$ ,  $\beta = n\gamma$  wie zuvor,  $\alpha = re < 360^\circ - nd$ ,  $\delta = \gamma e = \gamma d + de$ ,

und für den Stern  $\xi$

$\lambda = rq = rn + qn$ ,  $\beta = \xi q$  wie zuvor,  $\alpha = rp > no$ ,  $\delta = \xi p$  nördlich.

#### §. 126.

**Zusatz.** Durch das Rückwärtsgehen der Nachtgleichen müssen also auch Rektascension und Deklination verändert werden. Jene nimmt zwar bei den meisten Sternen immer zu; allein sie wächst in gleichen Zwischenzeiten bald mehr, bald weniger. Die Deklination kann aus einer nördlichen in eine südliche übergehen, und umgekehrt, mithin wachsen, und abnehmen. Diese Veränderung ist am größten bei den Sternen nahe an den Äquinoktialpunkten, und nimmt desto mehr ab, je näher die Sterne zu den Solstitialpunkten hin liegen, wo sie unmerklich wird.

#### §. 127.

**Zusatz.** In jedem Jahre tritt die Sonne früher in den Äquator, als sie ihren Umlauf in der Ekliptik vollendet hat. Hat sie ihn in irgend einem Jahre in n (Fig. 7.) getroffen, so wird, während der Zeit ihrer Rückkehr zu dem nämlichen Punkte n der Ekliptik, der Äquator nach r gerückt seyn; das Frühlingsäquinoktium trifft also früher ein, als die Sonne die ganze Ekliptik durchlaufen, oder densel-



ben Punkt wieder erreicht hat, von dem angefangen ihre Bewegung gezählt wurde.

§. 128.

**Erklärung.** Der wahre Mittag ist der Zeitpunkt, wo der Mittelpunkt der Sonne in der obern Culmination ist. Ein wahrer Sonnentag ist die Sonnenzeit von einem wahren Mittage zum andern,

§. 129.

**Zusatz.** Da die Sonne der täglichen Bewegung entgegenrückt (§. 16.), so entsteht daraus ein Unterschied des wahren Sonnen- und des Sterntages. Wenn nämlich jetzt die Sonne culminirt, so wird sie nach Verlauf einer Umdrehung des Himmels oder nach Verlauf eines Sterntages noch nicht wieder im Meridiane seyn. Der Sonnentag ist also länger als der Sterntag.

§. 130.

**Zusatz.** Indem die Sonne täglich vermöge ihrer eigenen Bewegung nach der Ordnung der Zeichen fortrückt, wächst folglich ihre Rektascension.

§. 131.

**Erfahrung.** Der Unterschied, um welchen die Rektascension der Sonne täglich wächst, ist nicht immer gleich,

§. 132.

**Zusatz.** Folglich sind auch die wahren Sonnentage nicht alle gleich lang. Wollte man also den wahren Sonnentag in Stunden u. s. w. eintheilen, so müssten diese an einem Tage länger, am andern kürzer gemacht werden, welches viele Unbequemlichkeit und Verwirrung machen würde. Da man sich indessen doch mit der Zeiteintheilung nach der Sonne richten muss, und die wahre Sonnenzeit unbrauchbar ist; so nimmt man eine mittlere Sonnenzeit an.



## §. 133.

**Erklärung.** Ein mittlerer Sonnentag wäre die Zeit von einem Mittage zum andern, wenn die Rektascension der Sonne sich täglich um gleich viel änderte.

## §. 134.

**Zusatz.** Man stelle sich vor, dass eine zweite Sonne mit gleichförmiger Bewegung im Äquator fortrücke, während die wahre Sonne mit ungleichförmiger Bewegung in der Ekliptik läuft, so dass jedoch beide den ganzen Umlauf in gleicher Zeit vollenden. Der Bogen des Äquators, welchen die erdichtete Sonne täglich beschriebe, wäre die tägliche mittlere Änderung der Rektascension; der Moment, wo sie in den Meridian eines Ortes käme, wäre der mittlere Mittag; die Zeit von einem mittlern Mittage zum andern der mittlere Sonnentag; die hiernach gezählte Zeit die mittlere Sonnenzeit.

## §. 135.

**Zusatz.** Die wahre Sonne wird in eigener Bewegung der mittlern erdichteten bald voreilen, bald hinter ihr zurückbleiben, folglich in täglicher Bewegung ihr in jenem Falle folgen, in diesem Falle vorangehen, d. h. in jenem Falle später, in diesem Falle früher in den Meridian kommen, als die erdichtete Sonne.

## §. 136.

**Zusatz.** Dieser Unterschied des wahren und mittlern Mittags, die Gleichung der Zeit, rührt aber von einer doppelten Ursache her, von einer physischen und einer geometrischen. Die erste besteht darin, dass sich die wahre Sonne wirklich mit ungleichförmiger Geschwindigkeit bewegt, nämlich schneller in den Wintermonaten, und langsamer in den Sommermonaten. Dort macht sie täglich einen Weg von  $1^{\circ} 1' 10''$ , 3, hier von  $57' 11''$ , 4 im Bogen. Die geometrische Ursache besteht darin, dass die erdichtete



Sonne sich im Äquator, die wahre aber in der Ekliptik bewegt. Wenn nämlich auch die wahre Sonne gleichförmig in der Ekliptik ginge, so würde doch die Rektascension derselben im Äquator sich ungleichförmig ändern, und insbesondere würde die Differenz zwischen einem Bogen konstanter Grösse in der Ekliptik und dem entsprechenden im Äquator am beträchtlichsten zur Zeit der Äquinoktien, und am kleinsten zur Zeit der Solstitien seyn; denn dort sind die Bogen der Ekliptik stark gegen den Äquator geneigt, hier aber demselben beinahe parallel. Es sey nämlich AB (Fig. 8.) ein Quadrant des Äquators, AC der von  $0^\circ$  des Widlers bis  $0^\circ$  des Krebses reichende Quadrant der Ekliptik; die Senkrechten mr, ns, fd, he stellen Meridiane vor, so dass die Punkte r, s, d, e in dem Äquator gleichzeitig mit den Punkten m, n, f, h in der Ekliptik durch den Meridian gehen. Rückt nun die Sonne in der Ekliptik um den Bogen mn und später um den Bogen fh = mn =  $n^\circ$  vor, so beträgt jener, auf den Äquator bezogen, rs, und dieser beträgt hier de. Es ist aber

$mn : m\theta = 1 : \cos \theta mn$  oder  $n^\circ : rs = 1 : \cos \theta mn$ , und  $rs = n^\circ \cdot \cos \theta mn$ ,  
 $fh : fg = 1 : \cos \theta fh$  oder  $n^\circ : de = 1 : \cos \theta fh$ , und  $de = n^\circ \cdot \cos \theta fh$ ,  
 und weil  $\angle \theta mn < \theta fh$ , also  $\cos \theta mn < \cos \theta fh$  ist, so ist auch  $de > rs$ . Somit gehen wegen der geometrischen Ursache von einer Culmination der Sonne bis zur nächsten bald mehr, bald weniger als  $361^\circ$  des Äquators durch den Meridian. — Diese beiden Ursachen können nun bald einstimmig, bald einander entgegengesetzt wirken; also können sich ihre Wirkungen bald vermehren, bald vermindern, und zuweilen ganz aufheben. Im letztern Falle wird die wahre Sonne mit der mittlern zugleich in den Meridian kommen.

### §. 137.

Aufgabe. Die Grösse des Sonnenjahres zu finden.

Auflösung. Man bemerke zwei Zeitpunkte, wo die Sonne gleiche nördliche und südliche Deklination hat. Die Zwischenzeit ist die Grösse des Sonnenjahres.



## §. 138.

**Zusatz.** Die Deklination wird durch die Mittagshöhe gefunden. Sind die Mittagshöhen gleich, so sind es auch die Deklinationen, und umgekehrt. Allein der Zeitpunkt im folgenden Jahre, wo die Sonne wieder die nämliche Deklination hat, kann gerade nicht wieder um Mittag seyn. Man würde also nicht zwei genau gleiche Mittagshöhen finden. In diesem Falle muss man an zwei auf einander folgenden Mittagen des folgenden Jahres die Mittagshöhen nehmen, wovon die eine grösser, die andere kleiner, als die bei der ersten Beobachtung ist. Wie hieraus der Zeitpunkt der gleichen Deklination, mithin die Grösse des Sonnenjahres gefunden werde, lehrt folgendes Beispiel.

## §. 139.

| Beispiel. Es sey Mittagshöhe der Sonne |   |     |        | Differenzen |
|----------------------------------------|---|-----|--------|-------------|
| bei der ersten Beobachtung             | = | 50° | 8' 10" |             |
| bei der zweiten                        | = | 50  | 5 6    | 3' 4"       |
| bei der dritten                        | = | 50  | 17 45  | 12 39 .     |

Zwischen der zweiten und dritten ist ein ganzer wahrer Sonnentag verflossen, mithin ist

$$12' 39'' : 3' 4'' = 1 : x, \text{ wo } x = \frac{184}{759} = 0,2424 \dots$$

als ein Bruch des wahren Sonnentages die Zeit ist, welche zwischen der zweiten Beobachtung und dem Zeitpunkte verfliesst, wo die Sonne die nämliche Deklination hat, die sie bei der ersten Beobachtung hatte. Zwischen der ersten und zweiten Beobachtung verflossen 365 wahre Sonnentage; also ist die Grösse des Sonnenjahres nach diesem Beispiele  
 $= 365,2424 \dots$  wahre Sonnentage  $= 365^d 5^h 49'.$

## §. 140.

**Anmerkung.** Nach genauern und den neuesten Bestimmungen ist die Länge des (tropischen) Sonnenjahres oder die Zeit zwischen zwei nächsten Durchgängen der Sonne durch den nämlichen Äquinoktialpunkt

$$= 365^d, 242255 = 365^d 5^h 48' 50'', 832$$

wahre Sonnenzeit.



## §. 141.

**Aufgabe.** Die mittlere Änderung der Rektascension der Sonne zu finden.

**Auflösung.** Wie sich die Anzahl der Tage im Sonnenjahre zu einem Tage verhält, so verhalten sich  $360^\circ$  zur mittlern Änderung der Rektascension. Also wäre die gesuchte mittlere Änderung der Rektascension

$$= \frac{360^\circ}{365,242255} = 0^\circ,9856472 = 59' 8'',32992.$$

Mithin beträgt diese Änderung der Rektascension der Sonne für  $t$  Tage  $0^\circ,9856472 t$ , wodurch man die Länge der Sonne für irgend eine Zeit findet, wenn man jene Grösse zu der in den Ephemeriden für einen bestimmten Zeitpunkt angegebenen Länge, der Epoche, addirt oder davon abzieht, je nachdem der respektive Moment vor oder nach jenem Zeitpunkte fällt.

## §. 142.

**Aufgabe.** Sternzeit und mittlere Sonnenzeit mit einander zu vergleichen.

**Auflösung.** Während eines Sterntages gehen alle  $360^\circ$  des Äquators durch den Meridian, während eines mittlern Sonnentages aber  $360^\circ 59' 8'', 32992$ . Dieser Bogen von  $59' 8'', 32992$  gibt in Sternzeit  $3' 56'', 546$  und in Sonnenzeit  $3' 55'', 909$ .

Man erhält hieraus folgende Vergleichenungen:

|                            |      |        |                |            |                    |
|----------------------------|------|--------|----------------|------------|--------------------|
| der mittlere Sonnentag     | gibt | $24^h$ | $3' 56'', 546$ | Sternzeit, |                    |
| die mittlere Sonnenstunde. |      | 1      | 0              | 9, 856     | Sternzeit,         |
| der Sterntag               |      | . . .  | 23 56          | 4, 091     | mittl. Sonnenzeit, |
| die Sternstunde            |      | . . .  | 0 59 50,       | 170        | mittl. Sonnenzeit. |

Mithin kommen die Fixsterne täglich um  $3' 55'', 909$  mittlerer Sonnenzeit früher in den Meridian, und eine nach mittlerer Sonnenzeit richtig gehende Uhr kann auf Sternzeit eingerichtet werden, wenn man die Pendellinse um 2, 31 Par. Linien höher schraubt. Folgende Tafel zeigt die Voreilung der Fixsterne umständlicher.



| Stern-zeit. | Mittlere Sonnenzeit. | Stern-zeit.    | Mittlere Sonnenzeit. | Stern-zeit.    | Mittlere Sonnenzeit. |
|-------------|----------------------|----------------|----------------------|----------------|----------------------|
| 1'          | 0' 0'',164           | 1 <sup>h</sup> | 0' 9'',83            | 1 <sup>d</sup> | 3' 55'',91           |
| 2           | 0 0 ,328             | 2              | 0 19, 66             | 2              | 7 51, 82             |
| 3           | 0 0 ,491             | 3              | 0 29, 49             | 3              | 11 47, 73            |
| 4           | 0 0 ,655             | 4              | 0 39, 32             | 4              | 15 43, 64            |
| 5           | 0 0 ,819             | 5              | 0 49, 15             | 5              | 19 39, 54            |
| 6           | 0 0 ,983             | 6              | 0 58, 78             | 6              | 23 35, 45            |
| 7           | 0 1 ,147             | 7              | 1 8, 81              | 7              | 27 31, 36            |
| 8           | 0 1 ,311             | 8              | 1 18, 64             | 8              | 31 27, 27            |
| 9           | 0 1 ,474             | 9              | 1 28, 46             | 9              | 35 23, 18            |
| 10          | 0 1 ,638             | 10             | 1 38, 29             | 10             | 39 19, 09            |

Man kann auch hiernach leicht Bogen des Äquators in mittlere Sonnenzeit verwandeln, und umgekehrt. Z. B. um den Bogen von 1° zu durchlaufen, braucht ein Stern 4' Sternzeit oder 3' 59'', 21''' mittlere Sonnenzeit. Eine gleichförmig im Äquator fortgehende Sonne würde zu einem Bogen von 1° in ihrer täglichen Bewegung 4' mittlere Sonnenzeit oder 4' 0'' 34''' Sternzeit gebrauchen. Die wahre Sonne durchläuft eben so 1° in 4' wahrer Sonnenzeit.

#### §. 143.

**Zusatz.** Bedeutet  $m$  den mittlern Sonnentag und  $s$  den Sterntag, und  $T = 365, 242255$ ; so hat man

$$m = 360 + \frac{360}{T}, \quad \frac{s}{m} = \frac{360}{360 + \frac{360}{T}} = \frac{T}{T+1},$$

d. h. das Jahr von 365, 24 . . . mittlere Sonnentagen hat 366, 24 . . . Sterntage.

#### §. 144.

**Anmerkung.** Die Astronomen fangen die Zählung der Stunden vom Mittage an, und setzen sie ununterbrochen bis zum nächstfolgenden Mittage fort. Mithin sind alle Zeiten unter 12<sup>h</sup> Abendstunden, die übrigen aber Morgenstunden.

#### §. 145.

**Aufgabe.** Mittelst der bekannten Rektascension der mittlern Sonne für einen gegebenen Zeitpunkt die mittlere Sonnenzeit in Sternzeit zu verwandeln, und umgekehrt.



Auflösung. Ist (Fig. 1.) OR der Stundenwinkel des Frühlingspunktes, VR der Stundenwinkel der mittlern Sonne, also OR die Sternzeit, VR die mittlere Zeit, und OV die Entfernung der Sonne vom Frühlingspunkte oder die Rektascension der mittlern Sonne; so hat man

$$OR = VR + OV,$$

und für eine andere Seite des Äquators

$$OR + 360^\circ = ROG + GR + OR$$

$$= ROG + ORG, \text{ also auch}$$

$$OR = ROG + ORG,$$

und allgemein, wenn m den mittlern Sonnentag, s den Sterntag und AR die Rektascension der mittlern Sonne bedeutet:

$$s = m + AR.$$

Ist nun a die Rektascension der mittlern Sonne für den Augenblick des mittlern Mittages des gegebenen Tages, so hat man

$$AR = a + \frac{0,9856472 \text{ m}}{15} = 0,002738 \text{ m}$$

$$= a + k \text{ m, daher}$$

$$s = M + a + k \text{ m}$$

$$= a + (1 + k) \text{ m, oder}$$

$$m = \frac{s - a}{1 + k}.$$

Den Gebrauch dieser Formeln erleichtert nachstehende Tafel, in der die Grösse  $a'$  für den Meridian von Regensburg berechnet ist. Will man diese Tafel für einen andern Ort gebrauchen, so muss man die Grösse  $a'$  mit  $\pm 0', 163$ . Dh corrigiren, wo  $0', 163$  die stündliche Bewegung der Sonne in Zeit, D die Längendifferenz zwischen Regensburg und dem andern Orte in Stunden bedeutet, und das obere Zeichen für östlicher, das untere für westlicher liegende Orte dient. Die Anwendung der Tafel geschieht aber nach diesen Formeln:

$$a = a' + x + y + z$$

$$m = s - a - r$$

$$s = m + a + r,$$

wo r diejenige Voreilung der Sterne bezeichnet, welche dem  $s - a$  in der vorletzten, und dem m in der letzten Formel entspricht. Dabei



nimmt man aber in den mit B bezeichneten Jahren in den beiden ersten Monaten immer einen Tag weniger, als angegeben ist. Erhält man ein Resultat über 24<sup>h</sup>, so vermindert man es um diese Grösse.

| Jahre. | a'.                    | Monate.  | x.                   | Tage. | y.                   |
|--------|------------------------|----------|----------------------|-------|----------------------|
| 1830   | 18 <sup>h</sup> 30', 4 | 0 Febr.  | 2 <sup>h</sup> 2', 2 | 0     | 0 <sup>h</sup> 0', 0 |
| 1831   | 37, 4                  | 0 März   | 3 52, 6              | 1     | 3, 9                 |
| 1832 B | 40, 4                  | 0 April  | 5 52, 8              | 2     | 7, 9                 |
| 1833   | 39, 4                  | 0 May    | 7 53, 1              | 3     | 11, 8                |
| 1834   | 38, 4                  | 0 Juny   | 9 55, 3              | 4     | 15, 8                |
|        |                        | 0 July   | 11 53, 6             | 5     | 19, 7                |
| 1835   | 37, 5                  | 0 August | 13 55, 8             |       |                      |
| 1836 B | 40, 5                  | 0 Sept.  | 15 58, 0             | 6     | 23, 6                |
| 1837   | 39, 5                  | 0 Octob. | 17 56, 0             | 7     | 27, 6                |
| 1838   | 38, 6                  | 0 Nov.   | 19 58, 5             | 8     | 31, 5                |
| 1839   | 37, 6                  | 0 Dec.   | 21 56, 8             | 9     | 35, 5                |
|        |                        |          |                      | 10    | 39, 4                |
| 1840 B | 40, 6                  |          |                      | 11    | 43, 4                |
| 1841   | 39, 6                  | Stunden. | z.                   |       |                      |
| 1842   | 38, 7                  |          |                      | 12    | 47, 3                |
| 1843   | 37, 7                  |          |                      | 13    | 51, 3                |
| 1844 B | 40, 7                  | 1        | 0 <sup>h</sup> 0', 1 | 14    | 55, 2                |
|        |                        | 2        | 0, 3                 | 15    | 59, 1                |
| 1845   | 39, 8                  | 3        | 0, 5                 | 16    | 1 3, 1               |
| 1846   | 38, 8                  | 4        | 0, 6                 | 17    | 7, 0                 |
| 1847   | 37, 9                  | 5        | 0, 8                 |       |                      |
| 1848 B | 40, 9                  | 6        | 1, 0                 | 18    | 10, 9                |
| 1849   | 39, 9                  |          |                      | 19    | 14, 9                |
| 1850   | 38, 9                  | 7        | 1, 1                 | 20    | 18, 8                |
|        |                        | 8        | 1, 3                 | 21    | 22, 8                |
|        |                        | 9        | 1, 5                 | 22    | 26, 7                |
|        |                        | 10       | 1, 6                 | 23    | 30, 7                |
|        |                        | 11       | 1, 8                 |       |                      |
|        |                        | 12       | 1, 9                 | 24    | 34, 6                |
|        |                        |          |                      | 25    | 38, 6                |
|        |                        | 13       | 2, 1                 | 26    | 42, 5                |
|        |                        | 14       | 2, 3                 | 27    | 46, 5                |
|        |                        | 15       | 2, 4                 | 28    | 50, 4                |
|        |                        | 16       | 2, 6                 | 29    | 54, 3                |
|        |                        | 17       | 2, 8                 |       |                      |
|        |                        | 18       | 2, 9                 | 30    | 58, 2                |
|        |                        |          |                      | 31    | 2 2, 2               |
|        |                        | 19       | 3, 1                 |       |                      |
|        |                        | 20       | 3, 2                 |       |                      |
|        |                        | 21       | 3, 4                 |       |                      |
|        |                        | 22       | 3, 6                 |       |                      |
|        |                        | 23       | 3, 8                 |       |                      |
|        |                        | 24       | 3, 9                 |       |                      |



## §. 146.

**Anmerkung.** Die in den Ephemeriden neben dem Werthe unsers  $a$  stehende Zeitgleichung gibt für jeden Tag die mittlere Zeit für den Augenblick des wahren Mit- tages, oder den Unterschied, welcher für diesen Augen- blick zu  $12^h$  addirt oder davon weggenommen werden muss, um die mittlere Zeit zu haben.

Die nachstehende Tafel zeigt für mehrere mittlere Längen der Sonne, um wie viel die mittlere Zeit grösser oder kleiner als die wahre ist.

|     |         |      |         |      |          |
|-----|---------|------|---------|------|----------|
| 0°  | + 7', 0 | 150° | + 2', 7 | 300° | + 11', 6 |
| 5   | 5, 4    | 155  | + 1, 4  | 305  | 12, 9    |
| 10  | 3, 8    | 160  | — 0, 1  | 310  | 13, 8    |
| 15  | 2, 3    | 165  | — 1, 6  | 315  | 14, 4    |
| 20  | + 0, 9  | 170  | — 3, 4  | 320  | 14, 6    |
| 25  | — 0, 4  | 175  | — 5, 2  | 325  | 14, 5    |
| 30  | — 1, 5  | 180  | — 6, 9  | 330  | 14, 1    |
| 35  | — 2, 5  | 185  | — 8, 6  | 335  | 13, 4    |
| 40  | — 3, 2  | 190  | — 10, 3 | 340  | 12, 5    |
| 45  | — 3, 7  | 195  | — 11, 9 | 345  | 11, 3    |
| 50  | — 3, 9  | 200  | — 13, 2 | 350  | 10, 0    |
| 55  | — 3, 9  | 205  | — 14, 4 | 355  | 8, 5     |
| 60  | — 3, 7  | 210  | — 15, 3 | 360  | 7, 0     |
| 65  | — 3, 3  | 215  | — 15, 9 |      |          |
| 70  | — 2, 6  | 220  | — 16, 2 |      |          |
| 75  | — 1, 8  | 225  | — 16, 2 |      |          |
| 80  | — 0, 8  | 230  | — 15, 8 |      |          |
| 85  | + 0, 3  | 235  | — 15, 0 |      |          |
| 90  | 1, 3    | 240  | — 13, 9 |      |          |
| 95  | 2, 4    | 245  | — 12, 5 |      |          |
| 100 | 3, 4    | 250  | — 10, 7 |      |          |
| 105 | 4, 3    | 255  | — 8, 6  |      |          |
| 110 | 5, 1    | 260  | — 6, 3  |      |          |
| 115 | 5, 6    | 265  | — 3, 9  |      |          |
| 120 | 6, 0    | 270  | — 1, 4  |      |          |
| 125 | 6, 1    | 275  | + 1, 1  |      |          |
| 130 | 5, 9    | 280  | 3, 6    |      |          |
| 135 | 5, 6    | 285  | 6, 0    |      |          |
| 140 | 4, 8    | 290  | 8, 1    |      |          |
| 145 | 3, 9    | 295  | 10, 0   |      |          |



## §. 147.

**Aufgabe.** Für eine gegebene Polhöhe und Deklination der Sonne die Länge des Tages und der Nacht zu finden.

**Auflösung.** Man berechne den halben Tagebogen der Sonne nach §. 73., und verwandle denselben in wahre Sonnenzeit, so hat man die halbe Tageslänge; diese doppelt genommen, gibt die ganze Tageslänge, und diese von 24 Stunden abgezogen, die Länge der Nacht; alle in wahrer Sonnenzeit.

## §. 148.

**Beispiel.** Die Tages- und Nachtlänge für Regensburg, dessen Polhöhe  $49^{\circ} 0' 53''$  ist, und für die Zeit der Solstitien zu finden.

**Auflösung.** Die Deklination der Sonne ist zur Zeit des Sommersolstitiums  $= + 23^{\circ} 27' 35''$  (§. 110.), und zur Zeit des Wintersolstitiums  $= - 23^{\circ} 27' 35''$ . Mithin ist im Sommersolstitium (30. Formel)

$$\cos s = - \operatorname{tg} \delta = - \operatorname{tg} 49^{\circ} 0' 53'' \cdot \operatorname{tg} 23^{\circ} 27' 35'' \\ = \cos 119^{\circ} 57' 58'' = \text{dem Cos. des halben Tagebogens.}$$

$$\log \operatorname{tg} 49^{\circ} 0' 53'' = 0,0610723$$

$$\log \operatorname{tg} 23^{\circ} 27' 35'' = 9,6374664$$

$$\underline{9,6985387} = \log \cos 60^{\circ} 2' 2''.$$

Um den halben Tagebogen in wahre Sonnenzeit zu verwandeln, sage man  $360^{\circ} : 119^{\circ} 57' 58'' = 24^h : x$ , und es ist dann

$$\log 1296000'' = -6,1126050$$

$$\log 431878'' = 5,6353611$$

$$\log 24^h = 1,3802112$$

$$\underline{0,9029673} = \log 7^h 9977 = \log 7^h 59' 51'',72.$$

Mithin ist für Regensburg zur Zeit des Sommersolstitiums die Tageslänge  $= 2 (7^h 59' 52'',72) = 15^h 59' 43'',54 = 16^h$  beinahe, und also die Nachtlänge  $= 8^h$ .

Für das Wintersolstitium ist  $s = 60^{\circ} 2' 2''$  (Formel 31.), also  $x = 4^h,0023 = 4^h 0' 8'',28$ , mithin die Tageslänge  $= 8^h$  und die Nachtlänge  $= 16^h$ .



## §. 149.

**Zusatz.** Für eine grössere Polhöhe würde bei der nämlichen Deklination der halbe Tagebogen grösser werden. Für eine Polhöhe, welche überhaupt das Complement der Deklination oder für Regensburg  $66^{\circ} 32' 25''$  wäre, würde die Rechnung folgendes geben:

$$\log \operatorname{tg} 23^{\circ} 27' 35'' = 9.6374664$$

$$\log \operatorname{tg} 66 \quad 32 \quad 25 = 0.3625336$$

$$0.0000000 = \log. \cos 90^{\circ}.$$

Mithin wäre zur Zeit des Sommersolstitiums  $s = 180^{\circ}$  und der ganze Tagebogen  $= 360^{\circ}$ , mithin die Länge des Tages  $24^{\text{h}}$  wahre Sonnenzeit. Folglich geht die Sonne für diese Polhöhe an dem Tage, wo sie diese Deklination hat, gar nicht unter.

## §. 150.

**Zusatz.** Ist  $\tau$  der in wahre Sonnenzeit verwandelte halbe Tagebogen, und  $T$  die Zeit der Culmination der Sonne oder eines andern Himmelskörpers; so ist  $T - \tau$  die Zeit des Aufgangs, oder  $24^{\text{h}} - \tau$  für die Sonne insbesondere, und  $T + \tau$ , oder  $0^{\text{h}} + \tau$  für die Sonne insbesondere, die Zeit des Unterganges in wahrer Sonnenzeit, welche dann in mittlere verwandelt werden kann. — Der Tagebogen eines Sommertages gleicht dem Nachtbogen desjenigen Wintertages, wo die Sonne gleiche, aber entgegengesetzte Deklination hat; und umgekehrt. Unter gleicher entgegengesetzter Polhöhe ist der Tag an einem Orte der Nacht des nämlichen Tages am andern Orte gleich.

## §. 151.

**Anmerkung.** Durch die vorigen Formeln findet man die halbe Tageslänge ohne Rücksicht auf die Strahlenbrechung und Dämmerung. Der Strahlenbrechung wegen muss man der gefundenen Grösse in den Solstitien  $4'$ ,  $8$  und in den Nachtgleichen  $3'$ ,  $6$  zusetzen.



## §. 152.

**Erklärung.** Die Dämmerung entsteht durch das Licht, welches von der Atmosphäre auf die Erde reflektirt wird. Sie ist die astronomische, welche beginnt, wenn die kleinsten Sterne zu verschwinden anfangen, d. i. wenn die Sonne  $18^\circ$  unter dem Horizonte ist, oder die bürgerliche, wenn das deutliche Erkennen der Gegenstände anfängt, d. i. wenn die Sonne  $6^\circ 23' 30''$  unter dem Horizonte ist.

## §. 153.

**Aufgabe.** Die Dauer der astronomischen Dämmerung für einen gegebenen Tag zu finden.

**Auflösung.** Da diese Dämmerung so lange dauert, als die Sonne braucht, um jene  $18^\circ$  zurückzulegen; so sucht man mittelst der Formel (22.) den Stundenwinkel für den Stand der Sonne,  $18^\circ$  unter dem Horizonte, indem man  $h$  negativ nimmt, verwandelt diesen Winkel in wahre Sonnenzeit, und vermindert ihn um die aus der Formel (30. u. 31.) gefundene halbe Tageslänge.

## §. 154.

**Beispiel.** Die Dauer der astronomischen Dämmerung für Regensburg und die Zeit der Nachtgleichen und Solstitien zu finden.

**Auflösung.** Es ist hier  $\varphi = 49^\circ 0' 53''$  und zur Zeit der Nachtgleichen insbesondere  $\delta = 0$ , also

$$\cos s = - \frac{\sin h}{\cos \varphi} = - \frac{\sin 18^\circ}{\cos 49^\circ 0' 53''} = - \cos 61^\circ 53' 30'' =$$

$$\cos 180^\circ - 61^\circ 53' 30'' = \cos 118^\circ 6' 30'', \text{ weil}$$

$$\log \sin 18^\circ = 9,4899824$$

$$\log \cos 49^\circ 0' 53'' = -9,8168291$$

---


$$9,6731533 = \log \cos 61^\circ 53' 30''.$$

Der Bogen  $118^\circ 6' 30''$  gibt  $7^h, 8739 = 7^h 52' 26''$  wahre Sonnenzeit. Da nun zur nämlichen Zeit die halbe



Tageslänge  $6^h$  beträgt, so ist die Dauer der astronomischen Dämmerung  $1^h 52' 26$ .

Für die Zeit des Sommersolstitiums ist

$$\delta = 23^\circ 27' 35'', \text{ also}$$

$$\cos s = \frac{-\sin h - \sin \delta \cdot \sin \varphi}{\cos \delta \cdot \cos \varphi} = \cos 180^\circ 15'$$

$$\log \sin \delta = 9,5999968$$

$$\log \sin \varphi = 9,8778769$$

$$= 9,4778737 = \log 0,30052$$

$$\sin 18^\circ = 0,30902$$

$$0,60954$$

$$\log 0,60954 = 9,7850022$$

$$- \log \cos \delta = - 9,9625396$$

$$- \log \cos \varphi = - 9,8168291$$

$$0,0056335 = \log 1,01306$$

$$- 1,01306 = \cos 180^\circ 15'.$$

Dieser Bogen gibt  $12^h, 0166 = 12^h 1'$  wahre Sonnenzeit. Da zur nämlichen Zeit die halbe Tageslänge  $8^h$  beträgt, so ist die Morgen- und Abenddämmerung, jede  $4^h$  lang, und mithin tritt keine völlige Finsterniss ein.

Für die Zeit des Wintersolstitiums ist

$$\delta = - 23^\circ 27' 35'', \text{ also}$$

$$- \sin 18^\circ + \sin \delta \cdot \sin \varphi = 0,00850,$$

$$\log 0,00850 = 0,9294189 - 3$$

$$\log. (\cos \delta \cdot \cos \varphi) = 9,7793687$$

$$7,1500502 = \log \cos 0^\circ 55' 8'',$$

$$\text{also } - \cos 0^\circ 55' 8'' = \cos 90^\circ 55' 8''.$$

Dieser Bogen gibt  $6^h, 59864 = 6^h 3' 36''$  wahre Sonnenzeit. Da nun zu dieser Zeit die halbe Tageslänge  $4^h 0' 8'', 28$  beträgt; so ist die Dauer der Dämmerung  $2^h 3' 27'', 7$ .

### §. 155.

Anmerkung. Aus dem vorigen Beispiele erhellt, dass die Dämmerung gar nicht aufhört, sobald  $\cos s = - 1$ ,



also  $s = 180^\circ$  wird. Substituirt man diesen Werth von  $s$  in der Formel (22.), so erhält man

$$-1 = \frac{-\sin h - \sin \delta \cdot \sin \varphi}{\cos \delta \cdot \cos \varphi}$$

$$\cos \delta \cdot \cos \varphi = \sin h + \sin \delta \cdot \sin \varphi$$

$$\cos (\delta + \varphi) = \sin 18^\circ$$

$$\delta + \varphi = 72.$$

Wenn also die Sonne die Deklination  $\delta = 72^\circ - \varphi$  erreicht, so fangen die hellen Nächte an, mithin unter  $49^\circ$  Breite am 10. Juny, unter  $60^\circ$  am 22. April, unter  $80^\circ$  am letzten Februar, am Pole schon am 29. Januar.

#### §. 156.

**Zusatz.** Will man die Dauer der bürgerlichen Dämmerung finden, so setzt man in den vorhergehenden Rechnungen  $h = 6^\circ 23' 30''$ , und findet sie in  $49^\circ$  Breite zur Zeit der Nachtgleichen  $= 40'$ , am längsten Tage  $= 55'$ , am kürzesten  $= 47'$ .

#### §. 157.

**Aufgabe.** Die Zeit der Culmination eines Sternes zu finden.

**Auflösung.** Es seyen  $A$  und  $\alpha$  die Rektascension der Sonne und des Sternes für den Mittag eines gegebenen Tages in Zeit ausgedrückt, und  $dA$ ,  $d\alpha$  die Veränderungen dieser Rektascensionen zwischen zwei nächsten Culminationen; so ist

$$24 + dA - d\alpha : \alpha - A = 24^h : t, \text{ mithin}$$

$$\text{die gesuchte Zeit } t = \frac{24 (\alpha - A)}{24 + dA - d\alpha}.$$

Nimmt die Rektascension des Gestirnes ab, so ist  $d\alpha$  negativ, und ist die Rektascension des Gestirnes konstant, so ist  $d\alpha = 0$ .

#### §. 158.

**Anmerkung.** Das bisherige enthält die ersten Erfahrungen und nothwendigsten Sätze zur Bestimmung des



Ortes und der Zeit, wobei das Weltgebäude so angenommen wird, wie es uns in die Sinne fällt, und welche deshalb unter dem Namen: sphärische Astronomie, begriffen werden. Zum Schlusse derselben folgen einige Beispiele, woraus das Verfahren bei diesen Fundamentalaufgaben der praktischen Astronomie deutlich erhellen wird.

### §. 159.

**Beispiel.** Die Uhrzeit im wahren Mittage mittelst des Mittagsfernrohres zu finden.

**Auflösung 1.** Man beobachte die 7 Augenblicke, in denen der linke Rand des (im astronomischen Fernrohre) rechts eintretenden Sonnenbildes jeden der Fäden des Mikrometers berührt, und eben so die Momente der Berührung des rechts liegenden und also später eintretenden Sonnenrandes. Hierdurch erhält man 14 Beobachtungen, aus diesen 7 einzelne Media, und zuletzt den wahren Zeitpunkt der Culmination des Sonnenmittelpunktes.

Am 29. Nov. 1817 wurde folgende Beobachtungsreihe erhalten :

|                              |   |                               |   |
|------------------------------|---|-------------------------------|---|
| I. ☉rand. $11^h 45' 34'', 9$ | a | II. ☉rand. $11^h 47' 54'', 9$ | g |
| 45 53 , 1                    | b | 48 13 , 3                     | f |
| 46 12 , 0                    | c | 48 32 , 0                     | e |
| 46 30 , 8                    | d | 48 50 , 0                     | d |
| 46 48 , 9                    | e | 49 8 , 8                      | c |
| 47 7 , 7                     | f | 49 27 , 7                     | b |
| 47 26 , 0                    | g | 49 46 , 1                     | a |

|              |                     |
|--------------|---------------------|
| Mittel aus a | $11^h 47' 40'', 50$ |
| b            | — — — 40            |
| c            | — — — 40            |
| d            | — — — 40            |
| e            | — — — 45            |
| f            | — — — 50            |
| g            | — — — 45            |

Culmination des Mittelpunktes der Sonne =  $11^h 47' 40'', 443$ .



**Auflösung 2.** Man beobachte die Momente, in welchen ein Fixstern die Fäden des Mikrometers passirt.

Am 29. Nov. 1817 culminirte Wega, wie folgt:

|                            |         |                    |                             |
|----------------------------|---------|--------------------|-----------------------------|
| 1 <sup>h</sup> 56' 31'', 1 | a       | oder: Medium aus a | 1 <sup>h</sup> 57' 37'', 50 |
| 56 53 , 2                  | b       | b                  | 57 37 , 65                  |
| 57 15 , 7                  | c       | c                  | 57 37 , 35                  |
| 57 37 , 5                  | d       | d                  | 57 37 , 30                  |
| 57 59 , 6                  | c       | Mittel der Mittel  | 1 57 37 , 45.               |
| 58 21 , 5                  | b       |                    |                             |
| 58 43 , 5                  | a       |                    |                             |
| 1 57 37, 443               | Medium. |                    |                             |

### §. 160.

**Beispiel.** Den Gang einer Uhr zu prüfen, welche nach mittlerer Sonnenzeit gerichtet ist.

**Auflösung 1.** Wie diess mittelst der Sonne und des Mittagsfernrohres geschieht, zeigt nachstehende Reihe aus den Monaten November und December 1817, an deren heitern Tagen der wahre Mittag mittelst des Mittagsfernrohres bestimmt worden war.

| Tag | Mittag n. d. Uhr            | Mittl. Z. im wah. Mittage.  | Untersch. | Fehl, d. Uhr<br>in 24 <sup>h</sup> |
|-----|-----------------------------|-----------------------------|-----------|------------------------------------|
| 7   | 11 <sup>h</sup> 43' 1'', 42 | 11 <sup>h</sup> 43' 51'', 9 | 50'', 48  | + 0'', 15                          |
| 10  | 43 16, 66                   | 44 6, 7                     | 50, 04    | + 0, 28                            |
| 15  | 43 59, 36                   | 44 48, 0                    | 48, 64    | - 0, 42                            |
| 16  | 44 9, 84                    | 44 58, 9                    | 49, 06    | - 0, 62                            |
| 21  | 45 12, 83                   | 46 5, 0                     | 52, 17    | - 0, 14                            |
| 29  | 48 40, 46                   | 48 31, 5                    | 51, 04    | + 0, 02                            |
| 2   | 48 47, 00                   | 49 38, 4                    | 51, 40    | - 0, 71                            |
| 9   | 51 49, 42                   | 52 35, 8                    | 56, 38    |                                    |

Hieraus ergibt sich, dass die Uhr vom 7. November bis 2. December keinen Tag um 0'', 5 vorgelaufen, vom 2. bis 9. aber täglich um 0'', 7 zurückgeblieben sey.



**Auflösung 2.** Um die Uhr mittelst der Fixsterne zu prüfen, kann man die Zeit beobachten, wann ein solcher culminirt, oder eine bestimmte, und für mehrere Tage immer constant beibehaltene, Höhe erreicht (hinter einem scharf begrenzten Gegenstande verschwindet u. dgl. m.).

So culminirte im Jahre 1817 der Arcturus nach mittlerer Sonnenzeit

am 26. Nov. früh um  $11^h 46' 42'', 6$

am 2. Dec. „ „  $11 23 8, 6$

---

Voreilung in 6 Tagen  $0 23 34, 0$

dieselbe n. d. Rechnung  $0 23 35, 4$  (§. 142.)

---

Unterschied in 6 Tagen  $0 0 1, 4$

---

Zurückbleiben d. Uhr in  $1^d, 0^h 0' 0'', 2.$

### §. 161.

**Beispiel.** Die Polhöhe des Beobachtungsortes zu finden.

**Auflösung 1.** Gemäss §. 59.

Es sey die Höhe des Polarsternes bei der  
obern Culmination,

$$= 50^\circ 46' 30''$$

dann die Höhe des Polarsternes bei der  
untern Culmination

$$= 47 16 38;$$

bei der obern Culmination sey der Barometerstand  $326'''$ , 6 und die Luftwärme  $0^\circ$  R., bei der untern Culmination jener  $327'''$ , 4 und diese —  $2^\circ$  R; mithin die wegen der Refraktion corrigirten Höhen

$$(50^\circ 46' 30'') - 48'' = 50^\circ 45' 42'' \text{ und}$$

$$(47 16 38) - 55 = 47 15 43, \text{ also}$$

---


$$\text{die gesuchte Polhöhe} = 49 0 42, 5.$$

**Auflösung 2.** Am 9. September 1808 wurde mit einem 10zölligen Spiegelsextanten von Troughton durch 10 Paar korrespondirender Höhen die Mittagshöhe des untern Sonnenrandes, nach Abziehung des Kollimationsfehlers, =  $46^\circ 3' 45'', 57$  und zugleich der Barometerstand =  $326'''$ , 5



und die Luftwärme =  $+ 20^{\circ}, 8$  R. gefunden. Es ist mithin  
 die mittlere Refraktion =  $- 55'', 00$   
 die Korrektion wegen d. Thermomet. u.

Barometers =  $+ 2, 82$   
 die Parallaxe =  $- 5, 76$   
 die scheinbare Höhe d. unt.  $\odot$ randes =  $46^{\circ} 3' 45'', 57$   
 also die wahre Höhe d. unt.  $\odot$ randes =  $46^{\circ} 2' 59'', 43$   
 der Halbmesser der Sonne additiv =  $0 15 55, 30$   
 die nördliche Deklination der Sonne für  
 9. Sept. =  $- 5 19 47, 65$

Äquatorshöhe =  $40 57 7, 08$   
 Polhöhe =  $49 0 52, 92.$

**Auflösung 3.** Man beobachte gemäss §. 61. die Mittagshöhe eines Sternes, dessen Deklination bekannt ist, ziehe diese von jener, und die dadurch gefundene Äquatorshöhe von  $90^{\circ}$  ab; so hat man die Polhöhe. Südliche Deklinationen werden negativ genommen, kommen aber bei uns in dieser Aufgabe selten vor, weil man wegen der Refraktion Sterne von beträchtlicher Mittagshöhe observirt. — Am 14. August 1822 wurde zu Regensburg die Höhe des culminirenden Atairs =  $49^{\circ} 21' 25''$  und gleichzeitig der Barometerstand =  $326''', 5$  und die Luftwärme =  $19^{\circ}, 2$  R beobachtet.

Aus §. 85. ist für

|                 |               |
|-----------------|---------------|
| $49^{\circ} 0'$ | $0' 50'', 60$ |
| $21$            | $- 0 6, 30$   |
| $0,4166$        | $- 0 1, 24$   |

mittlere Refraktion =  $0 43, 06$

\* für  $0, 080$  =  $0 3, 44$

verbesserte Refraktion =  $0 39, 62.$

\* Barometer  $27'', 21.$  Faktor  $0,969$

Thermometer  $19^{\circ}, 20.$   $0,949$

Produkt der Faktoren =  $0,920 = 1 - 0,080.$



Also beobachtete Höhe =  $49^{\circ} 21' 25''$

Refraktion =  $0 \quad 0 \quad 39, 6$

---

mithin verbesserte Höhe =  $49 \quad 20 \quad 45, 4$ .

Atairs Deklination im Anfange des Jahres 1802 war =  $8^{\circ} 21' 23''$ , und ihre Veränderung ist in einem Jahre =  $+ 9^{\circ} 0$ , mithin in 7, 5 Monaten =  $+ 4'', 3$ . Daher ist Atairs mittlere Deklination am Tage der Beobachtung =  $8^{\circ} 21' 27'', 3$  gewesen. Eben so findet man seine gleichzeitige Rektascension =  $295^{\circ} 17' 13'' = 9^{\text{h}} 25^{\circ} 17' 13''$ . Ferner war für diesen Tag die Länge der Sonne =  $4^{\text{s}} 21^{\circ} 15''$  und die Länge des aufsteigenden Knoten des Mondes =  $0^{\text{s}} 1^{\circ} 28'$ .

Also hat man die

mittlere Deklination =  $8^{\circ} 21' 27'', 3$

Aberration in Deklination =  $+ \quad 0 \quad 0 \quad 7, 6$

Nutation =  $+ \quad 0 \quad 0 \quad 8, 2$

---

scheinbare Deklination =  $8 \quad 21 \quad 43, 1$

verbesserte Mittagshöhe =  $49 \quad 20 \quad 45, 1$

---

Äquatorshöhe =  $40 \quad 59 \quad 2, 3$

Polhöhe =  $49 \quad 0 \quad 57, 7$ .

Die Korrekturen wegen der Parallaxe, Aberration und Nutation werden später erklärt werden.

---



---

## **Zweite Abtheilung.**

# **Theorische Astronomie.**

---

### **Erster Abschnitt.**

#### **Anordnung der Weltkörper unsers Systems.**

##### **§. 162.**

**Erfahrung.** Die scheinbare Gestalt der Erdoberfläche, dass sie nämlich wie eine kreisförmige und scharf abgeschnittene Ebene erscheint (§. 9.), ist an allen Orten dieselbe. Der Beobachter, der hier im Mittelpunkte dieser Kreisebene ist, findet, mag er noch so weit reisen, immer dieselbe Erscheinung.

##### **§. 163.**

**Zusatz.** Sollte die Erde wirklich eine Ebene seyn, so müsste sie, um obige Erfahrung zu erklären, entweder unbegrenzt seyn, oder wir müssten wenigstens ihren Grenzen nicht nahe genug gekommen seyn, um sie gewahr zu werden. Ganz natürlich liesse sich aber die Erscheinung erklären, wenn man annähme, dass die Erde eine Kugel, oder wenigstens ein ähnlicher Körper sey, nur eben so gross, dass die Krümmung ihrer Oberfläche bei einem solchen Stücke, das wir übersehen, nicht in die Augen fiele.



Das Segment einer solchen Kugel, welche ein Beobachter übersieht, müsste ihm nothwendig wie eine Kreisebene erscheinen.

§. 164.

**Erfahrung.** Wenn wir an einem Orte in die Höhe steigen, so erweitert sich die Aussicht desto mehr, je höher wir steigen, und bleibt immer kreisförmig.

§. 165.

**Zusatz.** Diess kann gleichfalls nur auf einer Kugel statt finden. Denn je weiter wir uns von einer Kugel entfernen, ein desto grösseres Stück derselben können wir übersehen, und dieses Stück ist wieder ein Abschnitt der Kugel, folglich durch einen Kreis begrenzt. Wäre die Erde flach, so würde man durch eine grössere Erhöhung über die Oberfläche nicht eine weitere Aussicht gewinnen, oder die Aussicht würde nur auf der Seite wachsen, wo sie vorhin durch erhabene Gegenstände oder eine zufällige Ungleichheit des Bodens beschränkt war, und man würde an jedem Orte eine andere Art von Erscheinungen in Absicht auf die Grösse und Gestalt der Aussicht bekommen.

§. 166.

**Erfahrung.** Von hohen Gegenständen, z. B. Bergen, sieht man in grosser Entfernung nur den obern Theil. So wie man ihnen näher kömmt, scheinen sie sich gleichsam aus dem Grunde emporzuheben, und so wie man sich von ihnen entfernt, scheinen sie sich in den Boden einzusenken. Auf der ruhigen See sieht man noch den obern Theil der Masten und Segel der abfahrenden Schiffe, wenn der untere Körper des Schiffes schon verschwunden ist.

§. 167.

**Zusatz.** Auch hieraus wird man auf den Schluss geleitet, dass die Erdoberfläche nicht eben sey, sondern eine konvexe Krümmung haben müsse.



## §. 168.

Anmerkung. Ein Berg, der etwa eine senkrechte Höhe von 6000' hat, wird schon in einer Entfernung von 30 Meilen unsichtbar, da er doch in einer Entfernung von mehr als 800 Meilen wegen Kleinheit des Gesichtswinkels noch nicht verschwinden könnte; denn diese letztere Entfernung verhält sich zur Höhe des Berges wie  $\sin$  tot :  $\operatorname{tg} 1'$ , weil bei einem Sehwinkel von  $1'$  die Gegenstände noch sichtbar sind, und sie ist also

$$= \frac{6000}{\operatorname{tg} 1'} = 20626000' = 860 \text{ Meilen.}$$

## §. 169.

Erfahrung. Wir brauchen nur einen verhältnissmässig kleinen Weg auf der Erde zu machen, um einen Stern über uns zu bringen, der vorher mehr oder weniger gegen Norden oder Süden davon entfernt war. Ge-  
setzt, es befinde sich Jemand in A (Fig. 9.), und habe den Stern a gerade über sich, der Stern b sey aber um den Winkel aAb davon entfernt; so bedarf es nur des Weges von A nach B, um den Stern b gerade über sich zu haben.

## §. 170.

Zusatz. Wäre die Erde eben, so müsste man von A bis D gehen, d. h. so weit, als der Abstand der beiden Perpendikel aA und bD von einander beträgt. Allein die Grösse eines einzigen Grades am Himmel macht ohne allen Vergleich mehr aus, als der Abstand der entferntesten Punkte auf unserer Erde von einander. Wäre der scheinbare Abstand der beiden Sterne von einander ein Grad, so würde der Bogen AB nur 15 geograph. Meilen, die Linie AD aber über 170000 Millionen Meilen lang seyn, wenn man auch den Abstand der Sterne von der Erde nur zu einer Billion Meilen rechnen wollte, was noch viel zu wenig ist.



## §. 171.

**Erfahrung.** Wenn man von Süden nach Norden, oder von Norden nach Süden reiset, so findet man, dass die Richtung der Tagekreise nicht dieselbe bleibt, sondern dass der Winkel, welchen die Ebene des Tageskreises eines gewissen Sternes mit unserm Horizonte macht, sich verändert, so wie wir unsern Standpunkt verändern.

## §. 172.

**Zusatz.** Auch diese Erscheinung erklärt sich offenbar am natürlichsten, wenn man annimmt, dass die Erdoberfläche von Norden nach Süden konvex gekrümmt sey. Denn wenn die Fläche der Erde eine Kugelfläche ist, so wird mit der Veränderung des Standpunktes des Beobachters auch die Lage seines Horizontes, mithin auch der Winkel verändert, welchen der Horizont mit der Ebene des Äquators und aller Parallelkreise macht.

## §. 173.

**Erfahrung.** Mit der Erscheinung §. 171. hängt auch zusammen, dass, so wie man aus unsern Gegenden nach Norden reiset, der nördliche Polarstern sich höher über den Horizont erhebt, oder dass die Polhöhe grösser wird, womit dann auch das verbunden ist, dass Sterne, die bei uns untergehen, weiter nach Norden hin nicht untergehen, und umgekehrt, dass Sterne, die bei uns noch in Süden über den Horizont kommen, in nördlichen Gegenden gar nicht mehr aufgehen.

Ferner weiss man aus den Erfahrungen der Seefahrer, dass es eine Gegend der Erde gibt, wo die Polhöhe Null ist, oder wo der Nord- und Südpol im Horizonte liegen, und dass noch weiter nach Süden hin der Nordpol unter dem Horizonte verschwindet, wie bei uns der Südpol, hingegen der Südpol dort sich über den Horizont erhebt.



## §. 174.

**Zusatz.** Nichts kann klarer, als diese Erfahrung, beweisen, dass die Oberfläche der Erde von Norden nach Süden konvex gekrümmt seyn müsse. Auf einer ebenen Erde müsste der Südpol, wenn er für irgend einen Ort unter dem Horizonte liegt, für alle Orte unter dem Horizonte liegen, und Sterne, die an einem Orte aufgehen, müssten an allen Orten aufgehen.

## §. 175.

**Erfahrung.** Wenn zwei Beobachter, wovon der erste einige Meilen weiter östlich wohnt, als der andere, an einem verabredeten Tage den Aufgang der Sonne nach richtigen und zuvor übereinstimmend gestellten Uhren beobachten; so findet sich, dass dem ersten Beobachter die Sonne früher aufgeht, als dem andern.

## §. 176.

**Zusatz.** Aufgang und Untergang der Sonne und der Gestirne erfolgen also für solche Orte, die nicht unter einerlei Meridian liegen, zu verschiedenen Zeiten. Wäre die Erdoberfläche eben, so müssten alle Orte den Aufgang und Untergang der Sonne u. s. w. zugleich sehen. Mithin muss die Erdoberfläche, sowie von Norden nach Süden, so auch von Osten nach Westen eine konvexe Krümmung haben; ein neuer Grund, dem Erdkörper eine Kugelgestalt beizulegen.

## §. 177.

**Anmerkung.** Auch die Umschiffungen der Erde geben einen Grund für die Kugelgestalt derselben ab. Zwar könnte man auch auf einer ebenen Erde um dieselbe herumfahren, indem man sich immer am Rande oder in seiner Nähe herumbewegte; alsdann aber müsste man nach und nach alle möglichen Richtungen in Absicht auf die Ost- und Westpunkte nehmen.



Allein auf einer kugelförmigen kann man auf denselben Platz zurückgelangen, von welchem man ausgegangen ist, ohne seine Richtung in Absicht auf den Ost- oder Westpunkt zu verändern, indem man immer nach derselben Richtung fortgeht, ohne zur Rechten oder Linken zu weichen. Und auf die letztere Art sind die Reisen um die Erde gemacht worden. Zwar hat man dabei wirklich vielfache Ausbeugungen zur Rechten und zur Linken gemacht, durch die Lage der Länder und Meere genöthigt; aber im Ganzen doch einerlei Richtung gehalten. Auch die Grundsätze der Schifffahrt stützen sich auf die Voraussetzung, dass die Erde eine Kugel sey. Endlich hat man die Erde nur in der Richtung von Osten nach Westen und umgekehrt umschifft; man darf aber daraus nicht schliessen, als ob sie auch nur nach dieser Richtung gekrümmt sey, und folglich eine walzenförmige Gestalt hätte; denn andere bei jenen Reisen beobachtete, in der mathematischen Geographie zu erklärende, Umstände (Abnahme der Längengrade in grössern Breiten) beweisen gleichwohl, dass sie eine Kugel sey.

Die nachstehende Tabelle erhält eine Übersicht der bisherigen Erdumseglungen.

| Zeit.        | Kapitain.                    | Nation.  | Anmerkung.                                           |
|--------------|------------------------------|----------|------------------------------------------------------|
| 1519 — 1522. | Mangalhaens<br>(Portugiese). | Spanien. | Kam ums Leben auf den Philippinen am 26. April 1521. |
| 1577 — 1580. | Drake.                       | England. |                                                      |
| 1586 — 1588. | Candisch.                    | England. |                                                      |
| 1589.        | Mahu u. Cordes.              | Holland. |                                                      |
| 1595 — 1601. | Olivier de Noort.            | Holland. |                                                      |
| 1614 — 1617. | Spilberg<br>(Deutscher).     | Holland. |                                                      |
| 1615 — 1617. | Le Maire und van Schouten.   | Holland. |                                                      |
| 1623 — 1626. | L'Hermite und Schapenham.    | Holland. |                                                      |



|              |                            |             |                                                                                                                                          |
|--------------|----------------------------|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1679.        | Bowers und Peachaux.       |             | Freibeuter.                                                                                                                              |
| 1683 — 1686. | Cowley.                    | England.    | Ging von Virginien um das Cap-Horn durch das Südmeer nach England.                                                                       |
| 1683 — 1691. | Dampier.                   | England.    | Einer der grössten Seefahrer u. Abentheurer.                                                                                             |
| 1693 — 1697. | Careri.                    | Italien.    | Reiste in östlicher Richtung, theils zu Land, theils zu Wasser.                                                                          |
| 1708 — 1711. | Rogers und Dampier.        | England.    |                                                                                                                                          |
| 1708 — 1711. | Coocke (Eduard).           | England.    |                                                                                                                                          |
| 1714 — 1718. | Le Gentil da la Barbinais. | Frankreich. |                                                                                                                                          |
| 1719 — 1722. | Clipperton und Shelvonke.  | England.    |                                                                                                                                          |
| 1721 — 1723. | Roggewin.                  | Holland.    |                                                                                                                                          |
| 1740 — 1744. | Anson.                     | England.    |                                                                                                                                          |
| 1764 — 1766. | Byron.                     | England.    |                                                                                                                                          |
| 1766 — 1768. | Wallis.                    | England.    |                                                                                                                                          |
| 1766 — 1769. | Carteret.                  | England.    | Lief mit Wallis aus, u. verlor ihn in der Südsee.                                                                                        |
| 1766 — 1769. | Bougainville.              | Frankreich. |                                                                                                                                          |
| 1768 — 1771. | Cook (James).              | England.    | Mit Solander u. Banks.                                                                                                                   |
| 1772 — 1775. | Derselbe.                  |             | Mit Reinhold u. den Forster, Vater u. Sohn.                                                                                              |
| 1772 — 1774. | Fouremaux.                 | England.    | Lief mit Cook aus.                                                                                                                       |
| 1776 — 1779. | Cook (James).              | England.    | Mit Clarke und Gore. — Cook kam am 14. Febr. 1799 auf Owyhee ums Leben; Clarke starb später; Gore kam mit dem Schiffe i. J. 1780 zurück. |
| 1785 — 1788. | Portlock und Dixon.        | England.    |                                                                                                                                          |
| 1787.        | La Peyrouse.               | Frankreich. | Verunglückte auf Vanikoro, einer der Freundschaftsinseln.                                                                                |
| 1790 — 1792. | Edwards.                   | England.    |                                                                                                                                          |
| 1790 — 1792. | Marchand.                  | Frankreich. |                                                                                                                                          |
| 1790 — 1795. | Vancouver.                 | England.    |                                                                                                                                          |
| 1791.        | Entrecasteaux.             | Frankreich. | Suchte la Peyrouse; verunglückte aber auch.                                                                                              |
| 1791 — 1794. | Parker.                    | England.    |                                                                                                                                          |
| 1800 — 1804. | Turnbull.                  | England.    |                                                                                                                                          |



|              |                      |              |                             |
|--------------|----------------------|--------------|-----------------------------|
| 1800 — 1804. | Peron und Freycinet. | Frankreich.  |                             |
| 1803 — 1806. | Krusenstern.         | Russland.    |                             |
| 1815 — 1818. | Kotzebue.            | Russland.    |                             |
| 1816 — 1819. | Roquefeuil.          | Frankreich.  |                             |
| 1817 — 1820. | Freycinet.           | Frankreich.  |                             |
| 1819 — 1822. | Bellingshausen.      | Russland.    |                             |
| 1822 — 1824. | Harmsen.             | Preussen.    |                             |
| 1822 — 1825. | Duperey.             | Frankreich.  |                             |
| 1822 — 1825. | Leslie.              | Nordamerika. |                             |
| 1823 — 1826. | Kotzebue.            | Russland.    |                             |
| 1824 — 1826. | Bougainville.        | Frankreich.  | Sohn der obigen Seefahrers. |
| 1826 — 1828. | St. Martin.          | Niederlande. |                             |
| 1825 — 1829. | Hautelly.            | Frankreich.  |                             |

## §. 178.

Anmerkung. Auch die Mondsfinsternisse bestätigen die Kugelgestalt der Erde. Da sie immer nur im Vollmonde erfolgen, wo die Erde zwischen der Sonne und dem Monde steht, so lässt sich vermuthen, dass sie von dem Schatten der Erde herrühren. Da nun dieser bei den verschiedensten Lagen der Erde immer kreisförmig erscheint, oder wenigstens so weit, als er auf der Mondfläche zu sehen ist, von einem Kreisbogen begrenzt wird; so schliesst man hieraus auf die Kugelgestalt der Erde, da, gliche sie einer andern runden Scheibe, der runde Schatten nur manchmal entstehen könnte.

## §. 179.

Anmerkung. Aus obigen Erfahrungen erhellt also, dass die Erde ein kugelförmiger Körper sey. Ob und in wie ferne ihre Figur von der wahren Kugel abweiche, wird später untersucht werden.

## §. 180.

Anmerkung. Wenn die Erde eine Kugel ist, so kehren die Bewohner, die an diametral entgegengesetzten



Orten wohnen, ihre Füße gegen einander. Sie nennen sich gegenseitig Antipoden, und weder die einen, noch die andern, sind oben oder unten.

§. 181.

Erklärung. Der Beobachter in a (Fig. 10.) übersieht von dem Himmelsgewölbe das, was über der Ebene ak liegt, die seinen Standpunkt auf der Erdkugel berührt. Diese Ebene, welche wir bisher schlechthin Horizont genannt haben, nennen wir jetzt den scheinbaren Horizont; hingegen die damit parallele Ebene Cf durch den Mittelpunkt C der Erde den wahren Horizont.

§. 182.

Aufgabe. Die Weite des scheinbaren Horizontes auf der Erde für einen gegebenen Standpunkt zu finden.

Auflösung. Es sey b (Fig. 10.) der gegebene, erhabene Standpunkt auf der Erde; von b aus sey die Tangente bd gezogen, welche die Erdkugel in d berührt; so drückt der Bogen ad die Weite aus, bis zu welcher man von b aus auf der Erde sehen kann, oder die Weite des scheinbaren irdischen Horizontes nach einer Seite, und mithin auch nach allen Seiten. Nun ist ad das Mass des Winkels aCd = x. Setzt man daher den Halbmesser der Erde oder aC = r, ab = h; so ist

$$Cb : Cd = 1 : \cos x, \text{ folglich } \cos x = \frac{r}{r + h}$$

Ist ab = 5', so hat man wegen r = 860 geograph. Meilen oder 860 . 23661 rheinländische Fuss,

$$\begin{aligned} \log \cos x &= \log r - \log (r + h) \\ &= \log 20348460 - \log 20348465 \\ &= 7,3085316 - 7,3085324 \\ &= 9,9999982 - \log \cos 0^\circ 10'. \end{aligned}$$

Ferner ist  $60' : 15^m = 10 : x$ ,  $x = 2,333$  Meilen = irdischer scheinbarer Horizont für eine Erhöhung von 5'. Auf solche Art findet man folgende Tafel.



| Höhe. | Weite.              | Höhe. | Weite.               |
|-------|---------------------|-------|----------------------|
| 100'  | 2 <sub>m</sub> , 75 | 4500' | 18 <sup>m</sup> , 40 |
| 200   | 3 , 88              | 5000  | 19 , 40              |
| 300   | 4 , 75              | 6000  | 21 , 25              |
| 400   | 5 , 50              | 7000  | 22 , 96              |
| 500   | 6 , 17              | 8000  | 24 , 50              |
| 1000  | 8 , 66              | 9000  | 26 , 04              |
| 1500  | 10 , 62             | 10000 | 27 , 44              |
| 2000  | 12 , 30             | 12000 | 30 , 06              |
| 2500  | 13 , 72             | 14000 | 32 , 50              |
| 3000  | 15 , 04             | 16000 | 34 , 70              |
| 3500  | 16 , 25             | 18000 | 36 , 80              |
| 4000  | 17 , 36             | 20000 | 38 , 80              |

## §. 183.

**Lehrsatz.** Der Halbmesser der Erde muss im Ver-  
gleiche mit der Entfernung der Fixsterne eine ganz unbe-  
trächtliche Grösse haben.

**Beweis.** Ein Fixstern, der im Äquator steht, ist  
für jeden Ort der Beobachtung genau die Hälfte der Um-  
drehungszeit der Himmelskugel hindurch, also 12 Stun-  
den Sternzeit, über dem scheinbaren himmlischen Hori-  
zonte und 12 Stunden unter demselben. Ist nun, wie  
es dem ersten Anblicke gemäss scheint, unser Stand-  
punkt a (Fig. 10.) der Mittelpunkt der ganzen Himmels-  
kugel, so dass ak diese in zwei Hälften theilt; so ist  
allerdings klar, dass für unsern Standpunkt der Stern  
den Halbkreis über ak und ihrer Verlängerung in 12<sup>h</sup> und  
den andern in den übrigen 12<sup>h</sup> beschreiben müsse. Allein  
dann könnte unmöglich für jeden andern Ort E dasselbe er-  
folgen. Über dessen scheinbaren Horizonte EZ' würde der  
Stern nicht einen Halbkreis, sondern einen kleinern Bo-  
gen 2fZ' beschreiben, und folglich kürzere Zeit über  
als unter dem Horizonte seyn, wenn der Halbmesser CE  
der Erde eine merkliche Grösse gegen den Halbmesser



des Fixsterngewölbes hätte. Nimmt man aber an, dass die Himmelskugel ihren Mittelpunkt im Mittelpunkte der Erde habe, so beschreibt der Stern den Bogen  $2kZ$ , also keinen völligen Halbkreis über dem scheinbaren Horizonte von  $a$ . Da es aber dennoch nicht merklich ist, dass er weniger als  $12^h$  über dem Horizonte bleibe, so muss der Halbmesser  $CE$  gegen  $Cf$  unmerklich seyn.

#### §. 184.

**Zusatz.** In demselben Augenblicke, wo der Stern für den Beobachter in  $E$  bei  $Z'$  untergeht, geht er dem Beobachter in  $F$  (dem Antipoden des ersten) bei  $Z''$  auf, und umgekehrt.

#### §. 185.

**Zusatz.** Scheinbarer und wahrer Horizont sind folglich als eine einzige Ebene in Rücksicht des Fixsterngewölbes anzusehen, und die Linien von verschiedenen Orten  $E$ ,  $a$ ,  $F$  der Erde nach einem Fixsterne sind als parallel zu betrachten.

#### §. 186.

**Zusatz.** Dass die Fixsterne, von welchem Orte der Erde man sie auch betrachtet, immer genau dieselbe Lage gegen einander haben, bestätigt gleichfalls, dass die Entfernungen der Orte auf der Erde ganz unbedeutend gegen die Entfernungen der Fixsterne von der Erde sind.

#### §. 187.

**Zusatz.** Auch die Sonne, wann sie im Äquator ist, beschreibt fast die ganze eine Hälfte dieses grössten Tagekreises über dem Horizonte; mithin muss auch ihre Entfernung von der Erde wenigstens sehr gross im Vergleiche mit dem Halbmesser der Erde seyn. Bei dem Monde ist der Unterschied schon merklicher. Dieser muss uns also wohl beträchtlich näher seyn.



## §. 188.

**Zusatz.** Ferner lässt sich hieraus schon schliessen, dass die Sonne ein sehr grosser Körper seyn könne und müsse, und uns nur ihrer grossen Entfernung wegen unter einem so kleinen Gesichtswinkel von etwa einem halben Grade erscheine; wie auch, dass der Mond, der uns näher ist, und doch nur dieselbe scheinbare Grösse hat, weit kleiner als die Sonne seyn müsse.

## §. 189.

**Zusatz.** Auch würde unsere Erdkugel, aus der Sonne gesehen, ohne Zweifel sehr klein erscheinen. Diess erregt schon die Vermuthung, dass die Erde ein ähnlicher Weltkörper, wie der Mond oder wie ein Planet seyn könne, und dass uns dieser Erdkörper nur deshalb so unüberschbar gross erscheine, weil der Standpunkt, aus welchem wir ihn betrachten können, immer nur auf diesem Körper selbst, oder nur wenig über demselben ist.

## §. 190.

**Erfahrung.** Wenn wir im Kreise herumgedreht werden, so scheinen die umliegenden Gegenstände nach entgegengesetzter Richtung sich um uns zu bewegen. Vorzüglich täuschend ist diese Erscheinung, wenn die nächsten Gegenstände um uns dieselbe Lage gegen einander und gegen uns behalten. So scheinen, wenn man sich in einem schnell fahrenden Wagen befindet, die nächst der Strasse liegenden Gegenstände an uns vorbeizufliessen.

## §. 191.

**Zusatz.** Es könnte also wohl mit der gemeinen Bewegung der Himmelskugel dieselbe Bewandniss haben. Die Erscheinung wird nämlich ganz dieselbe seyn, wenn die Himmelskugel sich nicht um die Erde, sondern diese sich in einer der gemeinen Bewegung entgegengesetzten Richtung täglich um eine Axe dreht, welche die Lage der scheinbaren Weltaxe hat.



## §. 192.

**Zusatz.** Es fällt in die Augen, dass diese Voraussetzung einer Umdrehung der Erde um ihre Axe viel einfacher und wahrscheinlicher ist, als jene, dass eine unzählige Menge von Weltkörpern sich gleichzeitig um die Erde drehen soll, von denen schon aus dem Bisherigen erhellt, dass sie sich in ungeheuern Entfernungen von der Erde befinden müssen, und sie an Grösse übertreffen können.

## §. 193.

**Zusatz.** Die scheinbare Bewegung der Sonne wird ferner bei der Voraussetzung von der Rotation der Erde viel einfacher. Drehte sich die ganze Himmelskugel täglich um die Erde, so müsste die Sonne in Schraubengängen aus der nördlichen in die südliche Halbkugel kommen, und umgekehrt. Dreht sich aber die Erde um ihre Axe, so braucht man nur eine einfache eigene Bewegung der Sonne in der Ekliptik anzunehmen.

## §. 194.

**Erfahrung.** Wenn man von einem hohen Thurme eine Kugel herabfallen lässt, so fällt sie nicht in einer vertikalen Richtung, sondern weicht etwas gegen Osten ab.

Benzenberg liess im Michaelisthurm zu Hamburg 30 Kugeln durch 235' Höhe herabfallen. die im Mittel 4''' , und in einem Kohlenschachte zu Schlebusch 260' hoch, wo sie im Mittel 5''' gegen Osten abwichen.

## §. 195.

**Zusatz.** Diese Erscheinung ist ein direkter Beweis für die Rotation der Erde von Westen nach Osten, indem die von zwei Kräften, der Schwere und der Schwungkraft, afficirte Kugel die Diagonale eines nach Osten gekehrten Parallelogrammes beschreiben muss.



## §. 196.

**Erklärung.** Die auf die tägliche Umdrehung sich beziehenden Punkte und Kreise der Himmelskugel gehören also eigentlich der Erde zu, auf welcher man mithin Pole, Axe, Äquator, Wendekreise und Polarkreise hat. Die grössten Kreise, welche durch beide Pole der Erdkugel gezogen werden, heissen Meridiane, und entsprechen den Deklinationskreisen an der Himmelskugel. Die geographische Breite eines Ortes auf der Erde ist der Bogen seines Meridians vom Äquator bis an den Ort, und wird südlich oder nördlich gezählt. Die geographische Länge aber ist der Bogen des Äquators von einem willkürlich angenommenen ersten Meridiane bis an den Meridian des Ortes. Sie wird vom ersten Meridiane an östlich bis  $360^\circ$  oder auch östlich und westlich bis  $180^\circ$  gezählt.

## §. 197.

**Zusatz.** Da für das Himmelsgewölbe der scheinbare Horizont hf eines Ortes m (Fig. 11.) auf der Erdkugel mit dem wahren HR zusammen fällt, und die Gesichtslinien von dem Mittelpunkte C der Erde und dem Orte m auf ihrer Oberfläche nach einem Sterne P parallel sind (§. 185.); so folgt, dass für den Ort m, und überhaupt für jeden auf der Erde, die scheinbare Polhöhe hmp der wahren HCP oder demjenigen Winkel gleich ist, unter welchem die Erdaxe gegen den wahren Horizont des Ortes geneigt ist.

## §. 198.

**Lehrsatz.** Polhöhe und geographische Breite sind einander gleich.

**Beweis.** Die Polhöhe des Ortes m (Fig. 11.) ist der Winkel hmp = HCP, und seine Breite ist der Winkel ACZ, wenn AD den Äquator und HR den Horizont vorstellt. Nun

ist :  $HCP + ZCP = 90^\circ$  und

$ACZ + ZCP = 90^\circ$ , also

$\underline{HCP = ACZ.}$



## §. 199.

**Erfahrung.** Eine ähnliche Täuschung, wie im §. 190. in Rücksicht derjenigen Gegenstände angeführt wurde, welche ausserhalb des Kreises liegen, in welchem das Auge herumgedreht wird, findet auch rücksichtlich eines Gegenstandes statt, der innerhalb dieses Kreises herumgeführt wird. Einem Beobachter, der in einer kreisförmigen Bahn herumgeführt wird, kann es vorkommen, als ob er selbst ruhe, hingegen ein Gegenstand im Mittelpunkte um ihn im Kreise herumgehe.

## §. 200.

**Zusatz.** Es könnte also mit der jährlichen Bewegung der Sonne dieselbe Bewandtniss haben. Die Sonne könnte im Mittelpunkte desjenigen Kreises in Ruhe seyn, in dem sich die Erde um sie herumbewegte. Alsdann würde uns jene immer in dem Punkte erscheinen, welcher dem gleichzeitigen Orte der Erde diametral entgegengesetzt wäre. Die Bewegung der Erde geschähe in einer Richtung, welche der scheinbaren Bewegung der Sonne entgegengesetzt wäre.

## §. 201.

**Anmerkung.** Für die jährliche Bewegung der Erde sprechen mehrere aus der Einrichtung unsers Sonnensystems genommene Analogien, so wie als direkter Beweis die Abirrung des Lichtes, wovon später die Rede seyn wird. Die Einwürfe gegen diese Bewegung brauchen wohl heut zu Tage nicht widerlegt zu werden.

## §. 202.

**Zusatz.** So wie die tägliche Bewegung der Erde den Wechsel von Tag und Nacht hervorbringt, so erzeugt ihr jährlicher Lauf die Abwechslung der Jahreszeiten. Weil nämlich der Äquator nicht in der Ebene der Ekliptik liegt, mithin die Axe der Erde gegen die



Ebene der Ekliptik unter einem schiefen Winkel von beinahe  $23^{\circ} 28'$  geneigt ist (§. 110.); so ist während des jährlichen Umlaufes, wobei die Richtungen der Erdaxe sich immer parallel bleiben, bald die nördliche, bald die südliche Halbkugel, bald keine, mehr als die andern der Sonne zugekehrt.

#### §. 203.

Anmerkung. Diese Abwechslung der Jahreszeiten, die Entstehung der verschiedenen Tageslängen, die *sphaera parallela*, *recta* und *obliqua* (Projektion für Bewohner des Poles, Äquators und eines Ortes zwischen beiden) der Alten, so wie die Eintheilung der Erdoberfläche in die heisse, die gemässigten und kalten Zonen lassen sich am deutlichsten mittelst eines Telluriums erklären.

#### §. 204.

Erfahrung. Die Planeten unterscheiden sich von den Fixsternen sehr merklich durch ihr matteres Licht und durch ihre Grösse. Sie erscheinen durch Fernrohre kugelförmig und vergrössert, da hingegen Fixsterne auch mit guten Fernrohren nur wie glänzende Punkte erblickt werden. Bei dem Merkur und der Venus bemerkt man ferner, wie bei dem Monde, abwechselnde Lichtgestalten, so dass sie nämlich oft nur zum Theile erleuchtet sind, und zwar ist beständig die erleuchtete Seite der Sonne zugekehrt.

#### §. 205.

Zusatz. Hieraus schliesst man mit Recht, dass der Mond und die Planeten dunkle Kugeln, wie unsere Erde, sind, welche von der Sonne erleuchtet, und nur durch reflektirtes Licht uns sichtbar werden.

#### §. 206.

Erfahrung. Merkur entfernt sich nicht über  $28^{\circ}$ , und Venus nicht über  $48^{\circ}$  von der Sonne, daher sie im-



mer nur einige Zeit vor Aufgang und nach Untergang der Sonne sichtbar sind. Obgleich man diese Planeten, wenn sie nahe bei der Sonne sind, nicht sehen kann; so bemerkt man doch leicht, wenn man ihre eigene Bewegung sorgfältig beobachtet, und dabei auf ihre Lichtabwechslungen und scheinbaren Durchmesser Acht hat, dass sie bald zwischen der Sonne und der Erde, oder in unterer Konjunktion, bald jenseits der Sonne, oder in oberer Konjunktion stehen. Auch hat man sie wirklich einige Mal wie kleine dunkle Scheiben vor der Sonne vorbeigehen gesehen.

§. 207.

**Zusatz.** Hierdurch wird man ganz natürlich auf den Schluss geleitet, dass Merkur und Venus um die Sonne gehen, und dass ihre Bahnen zwischen der Sonne und der Erde durchgehen, weil sie ausserdem nicht in untere Konjunktionen kommen könnten. Man nennt sie daher untere Planeten.

§. 208.

**Erfahrung.** Mars, Jupiter, Saturn, Uranus und die kleinern Planeten kommen niemals in untere Konjunktion mit der Sonne, sondern nur in obere Konjunktion, wo sie jenseits der Sonne so stehen, dass sie mit ihr einerlei Länge haben, und in Opposition, wo sie der Sonne entgegengesetzt oder so stehen, dass die Länge der Sonne und des Planeten um  $180^\circ$  unterschieden sind. Man hat ferner beobachtet, dass Mars den Jupiter, und dieser den Saturn bedeckte, und dass sie in der Konjunktion mit der Sonne viel grösser erscheinen als in der Opposition.

§. 209.

**Zusatz.** Hieraus folgt, dass diese obern Planeten auch um die Sonne gehen, dass aber ihre Bahnen die Bahn der Erde einschliessen, weil sie sonst nicht in Opposition kommen könnten. Ferner, dass Mars näher an der Sonne sey, als Jupiter, dieser näher als Saturn.



## §. 210.

**Erfahrung.** Obwohl die Planeten im Ganzen, von einer Konjunktion zur andern oder von einer Opposition zur andern, nach Osten vorrücken, so ist ihr Lauf doch sonderbar. In der obern Konjunktion rücken sie schnell vorwärts nach der Ordnung der Zeichen, d. h. sie sind rechtgänglich. Die Bewegung wird langsamer, sie stehen hierauf eine Weile still, und in der untern Konjunktion gehen sie rückwärts gegen die Ordnung der Zeichen. Dann erfolgt wieder ein Stillstand. Ihre rechtgängige Bewegung dauert länger und ist schneller als die rückgängige.

## §. 211.

**Erfahrung.** Der Mond kömmt mit der Sonne in Konjunktion, und zwar nur in untere, so dass er zwischen der Erde und Sonne steht oder mit der Sonne einerlei Länge hat. Er kehrt dann der Erde seine dunkle Seite zu, und wir nennen diess Neumond. Hierauf entfernt er sich nach Osten zu von der Sonne, und steht etwa nach 7 Tagen um  $90^\circ$  von ihr entfernt, in der Quadratur, wobei man die der Sonne zugekehrte westliche Hälfte erleuchtet sieht; das erste Viertel. Sodann kömmt er nach etwa 7 Tagen in Opposition, und wir sehen ihn dann ganz erleuchtet; Vollmond. Wieder nach etwa 7 Tagen kömmt er abermals mit der Sonne in Quadratur, und wir sehen die der Sonne zugekehrte Hälfte erleuchtet; das letzte Viertel. Endlich nach abermals 7 Tagen kömmt er wieder in Konjunktion, und jene Veränderungen beginnen von Neuem.

## §. 212.

**Zusatz.** Hieraus folgt, dass der Mond ein dunkler Körper sey, und dass er um die Erde gehe, seine Bahn aber nicht die Sonne einschliesse, weil er sonst in obere Konjunktion kommen müsste. Er ist ein Trabant der Erde.



## §. 213.

**Erfahrung.** Die Kometen erscheinen meistens unerwartet, nähern sich der Sonne, gehen um dieselbe herum, entfernen sich, und verschwinden wieder, so dass man ihre Bahn auch mit den besten Fernrohren nicht weiter verfolgen kann. Der Schweif derselben ist immer von der Sonne abgewandt.

## §. 214.

**Zusatz.** Man schliesst mit Recht aus dem Laufe der Kometen, so weit man sie beobachten kann, dass sie bleibende Weltkörper, welche in bestimmten Bahnen um die Sonne laufen, nicht aber zufällige und vorübergehende Meteore sind.

## §. 215.

**Hypothese.** Die Sonne ist der leuchtende Hauptkörper des Systems von Weltkörpern, zu dem unsere Erde gehört. Die Planeten gehen in folgender Ordnung, von der Sonne angefangen, um sie herum: Merkur, Venus, Erde, Mars, Vesta, Juno, Ceres, Pallas, Jupiter, Saturn, Uranus. Die Trabanten gehen um ihre Hauptplaneten, und zugleich mit diesen um die Sonne. Überdiess bewegt sich eine noch nicht bekannte Anzahl von Kometen in sehr länglicher Bahn um unsere Sonne.

## §. 216.

**Anmerkung.** Schon bei den Alten findet man die Voraussetzung, dass die Sonne still stehe, und die Erde nebst den übrigen Planeten sich um sie bewege. Copernikus aber hat zuerst ihre Wahrscheinlichkeit im Jahre 1543 gezeigt, wesshalb man diese Anordnung das Copernikanische System im Gegensatze des Ptolomäischen und Tychonischen nennt.

## §. 217.

**Zusatz.** Das Copernikanische System gibt die einfachste Erklärung von dem Unterschiede des Stern- und



**Sonnentages** (§. 142.). Diese Differenz wird nämlich aus der täglichen und jährlichen Bewegung der Erde leicht begreiflich. Es sey RaT (Fig. 12.) ein Stück der Erdbahn; die Erde sey heute in a, und die Sonne S erscheine zugleich mit dem Fixsterne E in Meridiane des Ortes n. Nach einer einmaligen Umwälzung der Erdkugel sey diese bis c fortgerückt; so ist der Punkt n wieder in der mit nE parallelen Linie de nach dem nämlichen Fixstern E gerichtet, folglich abermals im Meridiane, und damit ein Sterntag geendigt. Weil aber während dieser Zeit die Erde von a nach c gerückt ist, so erscheint die Sonne gegen Osten nach M hin, und der Ort n muss durch die Rotation der Erde von d nach o geführt werden, damit ihm die Sonne wieder im Meridiane erscheint, und folglich ein wahrer Sonnentag verflossen ist.

#### §. 218.

**Zusatz.** Das Copernikanische System gibt die einfachste Erklärung von der im §. 210. beschriebenen Erfahrung. Es sey z. B. Merkur der Representant der untern Planeten. Die Kreise in Fig. 13., deren Halbmesser sich wie 4 : 10 verhalten, seyen die Bahnen des Merkurs und der Erde. Jener vollendet seinen Lauf in 88 Tagen, und in dieser Zeit legt die Erde in ihrer Bahn  $87^\circ$  zurück. Man theile daher den kleinern Kreis in 11 gleiche Theile, und in eben so viele den Bogen  $AB = 87^\circ$ . Steht nun die Erde in A und Merkur in M, so ist dieser mit der Sonne in Konjunktion. Rücken die Erde und der Merkur fort nach der Ordnung der Zahlen, so zeigen die nämlichen Zahlen am äussersten Kreisbogen, wohin die von der Erde auf den Merkur gezogenen Gesichtslinien am Himmelsgewölbe treffen, und wie sie das scheinbare Stillstehen, Rückwärtsgehen u. s. w. des Merkurs erzeugen. — Das Nämliche zeigt die Fig. 14. für den Jupiter. Der Radius seiner Bahn verhält sich zu jenem der Erdbahn wie 10 : 52; seine Umlaufszeit ist so gross, dass er  $30^\circ$  am Himmel während eines Jahres zurücklegt. Daher ist



die Erdbahn in 12 Theile getheilt, so wie die  $30^\circ$  der Jupitersbahn. Die einander entsprechenden Zahlen zeigen die monatlichen wirklichen Orte der Erde und des Jupiters an, und die auf das Himmelsgewölbe projecirten die scheinbaren Orte dieses letztern während eines Jahres.

### §. 219.

**Erklärung.** Wenn ein Körper von einer ununterbrochen nach demselben Punkte wirkenden Kraft angezogen wird, während er durch eine andere, momentan wirkende, eine seitwärts gehende Bewegung erhalten hat; so entsteht eine Centralbewegung. Die beiden wirkenden Kräfte heisst man Centrakräfte, und zwar jene Centripetal-, diese Tangentialkraft; den oben erwähnten Punkt Mittelpunkt der Kräfte.

### §. 220.

**Lehrsatz.** Die Centralbewegung ist immer eine krummlinige Bewegung.

**Beweis.** Es werde (Fig. 15.) ein anfangs in A befindlicher Körper mit der Kraft AB nach dieser Richtung geworfen, und mit der Kraft AC von dem Punkte O angezogen; so beschreibt er im ersten Zeittheilchen die Diagonale Ad. Mittelst seines Beharrungsvermögens strebt er, im zweiten Zeittheilchen einen Weg  $dD = Ad$  zurückzulegen; der Punkt O zieht ihn aber mit einer Kraft dH an. Er durchläuft also die Diagonale de u. s. w. Da nun die Anziehungskraft des Punktes O stetig wirkt; so muss man sich die Zeittheilchen und folglich die durchlaufenen Diagonalen unendlich klein denken; es ist also kein endlicher, d. h. angeblicher Theil der Bahn gerade; die Bahn ist eine krumme Linie.

### §. 221.

**Lehrsatz.** Der Radius vector beschreibt bei jeder Centralbewegung in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume, d. h. Räume, welche den Zeiten proportionirt sind.



**Beweis.** Im ersten Zeittheilchen beschreibt der Radius vector AO (Fig. 15.) das Dreieck AdO, im zweiten das Dreieck doe. Beide sind gleich an Flächeninhalt; denn es ist jedes gleich dem Dreiecke doD, da die Grundlinien Ad und de im Dreiecke AdO und doD gleich sind, so wie ihre Höhen, weil ihre Spitzen im Punkte O liegen. Aber die Dreiecke doD und deo haben eine gemeinschaftliche Grundlinie do und gleiche Höhen, weil ihre Spitzen D und e in einerlei Parallele De liegen.

### §. 222.

**Lehrsatz.** Die Geschwindigkeiten an verschiedenen Stellen der Bahn verhalten sich verkehrt wie die Senkrechten, welche vom Mittelpunkte der Kräfte auf die Tangente des Ortes des Körpers gezogen werden.

**Beweis.** Es komme der Körper in einer Zeiteinheit, die für sehr klein angenommen wird, von A nach a (Fig. 16.), und in derselben Zeit von B nach b; so sind Aa und Bb die Geschwindigkeiten in A und B. Zieht man nun nach dem Mittelpunkte C der Centralkräfte die Linien AC, aC und BC, bC; so ist (§. 221.) das Dreieck ACa = BCb. Sind nun Ax und By Tangenten auf A und B, ferner CD auf Ax und CE auf Ay senkrecht; so ist

$$\triangle AOa = Aa \cdot \frac{CD}{2} \text{ und } \triangle BCb = Bb \cdot \frac{CE}{2}, \text{ mithin auch}$$

$$Aa : Bb = CE : CD.$$

### §. 223.

**Erklärung.** Wenn die Centralkräfte immer das nämliche Verhältniss zu einander haben, und unter einem rechten Winkel conspiriren; so entsteht eine Kreisbewegung.

### §. 224.

**Lehrsatz.** Die Bewegung im Kreise ist eine gleichförmige.



**Beweis.** Aus der obigen Proportion  $Aa : Ab = CE : CD$  erhält man für den Kreis  $Aa : Bb = r : r$ , wenn  $r$  den Halbmesser desselben bedeutet, und somit  $Aa = Bb$ , d. h. die Geschwindigkeit des im Kreise bewegten Körpers ist an verschiedenen Stellen seiner Bahn die nämliche.

## §. 225.

**Lehrsatz.** Wenn ein Körper sich im Kreise bewegt, so ist der Raum  $AB$  (Fig. 17.), den er in einem unendlich kleinen Zeittheilchen beschreibt, die mittlere Proportionale zu dem Raume  $AF$ , um welchen er sich, von der Centripetalkraft allein getrieben, dem Mittelpunkte nähern würde, und zu dem Durchmesser  $AC$ .

**Beweis.** Da  $AB$  nur ein sehr kleines Stück des Kreisbogens vorstellt, der durch Centralkräfte beschrieben wird; so kann man annehmen, dass die Centralkraft mit unveränderter Stärke und nach parallelen Richtungen wirkt, so lange der Körper in  $AB$  ist. Bezeichnet nun  $AF = s$  den Weg, welchen der Körper durch blosse Wirkung der Centripetalkraft in der Zeit  $A$  zurücklegen würde, und ist  $BF$  senkrecht auf  $AC$ ; so hat man, weil das sehr kleine Stück  $AB$  mit seiner Bahn verwechselt werden kann,

$$AF : AB = AB : 2AC \text{ oder}$$

$$AF = \frac{AB^2}{2AC}, \quad s = \frac{AB^2}{2r}.$$

## §. 226.

**Zusatz.** Da wegen der gleichförmigen Bewegung  $AB = ct$ , und nach den Formeln von der gleichförmig

beschleunigten Bewegung  $s = \frac{pt^2}{2}$  ist; so hat man für

die Centripetalkraft  $p$ ,  $\frac{pt^2}{2} = \frac{c^2t^2}{2r}$ , also



$p = \frac{c^2}{r}$ ; und wenn  $g : p = 1 : v$ , also

$v = \frac{p}{g}$ , so hat man die Centripetalkraft in Vergleichung mit unserer Schwere oder  $v = \frac{c^2}{rg}$ .

§. 227.

**Zusatz.** Da für einen Ort der Erde und die Bewegung in gleichen Kreisen die Grössen  $r$  und  $g$  constant sind, so verhalten sich in diesem Falle die Centripetalkräfte wie die Quadrate der Geschwindigkeiten der Körper in ihren Bahnen.

§. 228.

**Zusatz.** Die Masse des Körpers sey  $= M$ , so ist die Totalkraft, welche denselben in der Kreisbewegung afficirt,  $vM = \frac{c^2}{rg} M$  (was wir bei den Körpern auf der Erde ihr Gewicht nennen.).

§. 229.

**Lehrsatz.** Die Centripetalkräfte verhalten sich bei zwei in Kreisen umlaufenden Körpern direkt wie die Halbmesser und indirekt wie die Quadrate der Umlaufzeiten.

**Beweis.** Heisst  $t$  die Zeit, in welcher ein Umlauf gemacht wird, und das Kreisverhältniss  $\pi$ , so ist

$$c = \frac{2r\pi}{t}, \text{ und daher aus } p = \frac{c^2}{r} \text{ auch } p = \frac{4r^2\pi^2}{rt^2} = \frac{4r\pi^2}{t^2}.$$

Heissen  $P, R, T$  dasselbe für einen zweiten Kreis, so ist

$$P : p = \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}.$$

§. 230.

**Erklärung.** Wenn ein Körper durch Centralkräfte, oder durch eine Kraft und einen Widerstand gezwungen



wird, sich in einer krummen Bahn zu bewegen; so bekommt er, vermöge seiner Trägheit, ein Bestreben, sich von dieser Bahn zu entfernen, welches man Fliehkraft oder Schwungkraft nennt. Es sey z. B. Ax (Fig. 18.) eine krumme Bahn, in der sich ein Körper bewegt, und man nehme der Leichtigkeit wegen an, sie sey kreisförmig. Ist er bis B gelangt, so sucht er vermöge seiner Trägheit nach der Tangente By fortzugehen. Gesetzt, er thue diess wirklich, und zwar mit der Geschwindigkeit BC; so kann man sich BC in BD und BE zerlegt denken, wovon erstere in der Richtung des Halbmessers liegt, letztere aber beinahe mit dem Bogen BE zusammenfällt. Führt nun der Körper fort, sich im Bogen BE zu bewegen, so muss ein Widerstand oder eine Kraft da seyn, wodurch BD aufgehoben wird. BD ist nun die Fliehkraft.

## §. 231.

**Zusatz.** Bei der Bewegung im Kreise ist die Fliehkraft der Centripetalkraft gleich und entgegengesetzt, kann daher auch wie diese ausgedrückt werden. Ist nun  $p$  die Fliehkraft für die Masse 1, und  $p'$  für die Masse  $m$ , so wird

$$p' = mp = \frac{4mr\pi^2}{t^2}, \text{ also}$$

$$P' : p' = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}, \text{ oder im Vergleiche mit der Wirkung der Schwere}$$

$$v' = \frac{c^2}{rg}, \text{ und hieraus wieder}$$

$$g : v' = 1 : \frac{c^2}{r}.$$

## §. 232.

**Beispiel.** Da sich die Erde um ihre Axe bewegt, so muss auch in jedem Punkte derselben, der ausser ihrer Axe liegt, eine Fliehkraft entstehen. Diese wird unter dem Äquator am grössten seyn, weil da der grösste



Kreis beschrieben wird. Sie wird sich zur Schwere daselbst verhalten wie 1 : 289, 9. Es ist nämlich die Beschleunigung der Schwere unter dem Äquator oder  $g = 30, 104$  par. Fuss. Die Rotationszeit der Erde =  $24^h = 86400''$ , der Äquator =  $20558278^t$ , sein Radius =  $3271952^t$ , also

$$c^2 = \left( \frac{20558278}{86400} \right)^2 = 56662,$$

$$\frac{c^2}{r} = 0, 0173141$$

$$\frac{c^2}{rg} = \frac{0, 0173141}{30, 104 : 6} = \frac{1}{289, 9}.$$

### §. 233.

**Lehrsatz.** Für zweierlei Bewegungen im nämlichen Kreise und am nämlichen Orte verhalten sich die Fliehkräfte wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

**Beweis.** Da für diesen Fall in  $v' = \frac{c^2}{rg}$  und in

$V' = \frac{C^2}{rg}$  die Grössen  $r$  und  $g$  konstant sind, so hat man  $V' : v' = C^2 : c^2$ .

### §. 234.

**Zusatz.** Demnach ist auch  $C : c = \sqrt{V'} : \sqrt{v'}$ , also für die Erde  $C : c = \sqrt{289, 9} : 1$  und  $C = 17, 026. c$ , d. h. die Erde müsste 17mal schneller rotiren, wenn unter dem Äquator die Fliehkraft der Schwerkraft gleich seyn sollte.

### §. 235.

**Lehrsatz.** An einer um ihre Axe rotirenden Kugel stehen die Schwungkräfte verschiedener Punkte der Oberfläche im geraden Verhältnisse mit den Quadraten der Cosinus der Breite.



**Beweis.** Die Schwungkkräfte verhalten sich wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, und diese wie die Quadrate der gleichzeitig durchlaufenen Räume. Ist nun C (Fig. 19.) der Mittelpunkt der Erde, CD der Radius des Äquators und EF der Radius des Parallelkreises in der Breite  $\varphi$ ; ferner  $V'$  die Schwungkraft in D und  $v'$  jene in F; so hat man

$$V' : v' = C^2 : c^2 = CD^2 : EF^2 = 1 : \cos^2 \varphi, \text{ und } \\ v' = V' \cdot \cos^2 \varphi. \text{ oder für } V' = 1, \\ v' = \cos^2 \varphi.$$

#### §. 236.

**Beispiel.** Für Regensburg ist  $\varphi = 49^\circ 0' 53''$ , also  $v' = 0,43$  derjenigen Fliehkraft, welche unter dem Äquator statt findet.

#### §. 237.

**Erklärung.** Die Bewegung eines Körpers in einer Ellipse entsteht, wenn die Centralkräfte an verschiedenen Punkten der Bahn verschiedene Verhältnisse zu einander haben, die Centripetalkraft bald grösser bald kleiner wird, immer aber grösser als die Tangentialkraft bleibt.

#### §. 238.

**Lehrsatz.** Die Bewegung in der Ellipse ist eine ungleichförmige.

**Beweis.** Gemäss §. 222. verhalten sich die Geschwindigkeiten an verschiedenen Orten der Bahn verkehrt wie die Senkrechten, welche vom Mittelpunkte der Kräfte auf die Tangente des Ortes des Körpers gezogen werden. Ist nun S (Fig. 20.) der Mittelpunkt der Kräfte, so sind jene Senkrechten, z. B. SQ und Sq, für verschiedene Orte des Körpers auch verschieden; mithin die Bewegung eine ungleichförmige.

#### §. 239.

**Lehrsatz.** Bewegt sich ein Körper in einer Ellipse, so verhalten sich die Centripetalkräfte an verschiedenen



Stellen der Bahn umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen des Körpers vom Kraftpunkte.

Beweis. Es seyen WH und mn (Fig. 20.) zwei sehr kleine Bogen, welche in gegebenen Zeiten durchlaufen werden. Da der bewegte Körper während seines Laufes durch den Bogen mn um die Grösse mi dem Mittelpunkt S der Kräfte näher kömmt, und sich während seiner Bewegung durch WH um WK von demselben entfernt, und seine Bewegung durch mi eine gleichförmig beschleunigte, durch WK eine gleichförmig verzögerte, für diese beiden aber  $s = pt^2$  und  $p = \frac{s}{t^2}$  wäre; so hat man für die Orte W und m die Proportion

$P : p = \frac{WK}{T^2} : \frac{mi}{t^2}$ . Aus W und n ziehe man auf die Radii vectores SH und Sn die Senkrechten Wy und nx; so entstehen hierdurch Sektoren, deren Flächenräume sind wie  $\frac{SH \cdot Wy}{2} : \frac{Sm \cdot nx}{2}$ .

Da nun zugleich  $T : t = SH \cdot Wy : Sm \cdot nx$ , so ist auch  $P : p = \frac{WK}{SH^2 \cdot Wy^2} : \frac{mi}{Sm^2 \cdot nx^2}$ , und,

weil  $\frac{WK}{Wy^2} = \frac{1}{\infty} = \frac{mi}{nx^2}$ , so ist auch

$$P : p = \frac{1}{SH^2} : \frac{1}{Sm^2} = Sm^2 : SH^2.$$

#### §. 240.

Lehrsatz, Die Quadratzahlen der Umlaufszeiten verhalten sich bei elliptischen Bahnen um einen gemeinschaftlichen Kraftpunkt, wie die Kubikzahlen der mittlern Entfernungen.

Beweis. Wenn a die grosse und b die kleine Axe einer Ellipse, p aber ihren Parameter oder jene Konstante bedeutet, welche die dritte Proportionale zur grossen und kleinen Axe, und so zu jeder Abscisse und ihrer



Ordinate in der nämlichen Ellipse ist; so hat man bekanntlich  $a : b = b : p$  und  $b = \sqrt{ap}$ , und den Flächeninhalt einer Ellipse  $= \frac{ab\pi}{4} = \frac{\pi a\sqrt{ap}}{4}$ , mithin bei entsprechenden Bezeichnungen für eine andere Ellipse die Flächenräume  $E : e = A\sqrt{AP} : a\sqrt{ap}$ . Die Umlaufszeiten in zwei Ellipsen stehen im geraden Verhältnisse der elliptischen Flächenräume, und im verkehrten der in einer gegebenen Zeit vom Radius vector beschriebenen Räume.

Mithin hat man

$$T : t = \frac{E}{SH \cdot WY} : \frac{e}{sh \cdot wy} \text{ oder}$$

$$E : e = T \cdot SH \cdot WY : t \cdot sh \cdot wy = A\sqrt{AP} : a\sqrt{ap}$$

$$T^2 \cdot SH^2 \cdot WY^2 : t^2 \cdot sh^2 \cdot wy^2 = A^3 P : a^3 p.$$

Da nun  $SH^2$  und  $sh^2$  im verkehrten Verhältnisse der respektiven Centripetalkräfte sind, und diese durch  $TH$  und  $th$  dargestellt werden können; so hat man

$SH^2 \cdot WY^2 = WY^2 \cdot \frac{1}{TH}$ , welche Grösse dem Parameter  $P$  gleich ist, und auf diese Weise

$$T^2 \cdot P : t^2 \cdot p = A^3 P : a^3 p$$

$$T^2 : t^2 = A^3 : a^3$$

$$= \frac{A^3}{8} : \frac{a^3}{8}.$$

Die halben grossen Axen sind aber nichts anders, als die mittlern Entfernungen.

#### §. 241.

**Zusatz.** Wenn sich die Quadrate der Umlaufszeiten wie die Würfel der mittlern Entfernungen verhalten, so verhalten sich die Centripetalkräfte wie die Quadrate der mittlern Entfernungen.

#### §. 242.

**Anmerkung.** Der zunächst vorhergehende Lehrsatz lässt sich auch für den Kreis, alle aber auch für die



Hyperbel und Parabel als gültig nachweisen, sobald die respektiven Krümmungshalbmesser in Rechnung gebracht werden.

§. 243.

**Hypothese.** Die Planeten bewegen sich in elliptischen Bahnen um die Sonne, so wie auch die Nebenplaneten in solchen Bahnen um ihre Hauptplaneten.

**Gründe.** Für die Erde lässt sich die elliptische Bewegung um die Sonne daraus schliessen, dass der scheinbare Durchmesser der Sonne zu verschiedenen Jahreszeiten nicht einerley Grössen hat, und dass diese Grössen mit den Entfernungen in der elliptischen Bahn übereinstimmen. Die Beobachtungen an den übrigen Planeten bestätigen die Allgemeinheit dieses (ersten Keplerischen) Gesetzes. Der Lauf des Mars brachte Kepler zuerst auf den Gedanken, den excentrischen Kreis als Bahn dieses Planeten anzunehmen; da aber die danach gemachten Rechnungen mit den Beobachtungen nicht zusammenstimmten, so fiel er auf die Ellipse. Durch Analogie musste bald auf die ähnlichen Bahnen der übrigen Planeten und der Nebenplaneten geschlossen werden, und die Übereinstimmung der nach der Theorie der Bewegung in Ellipsen berechneten Tafeln mit den Erscheinungen am Himmel erheben die Hypothese zur Thesis.

§. 244.

**Anmerkung.** Das zweite Keplerische Gesetz ist: der Radius vector beschreibt in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume; — das dritte heisst: die Quadratzahlen der Umlaufszeiten verhalten sich wie die Kubikzahlen der mittlern Entfernungen.



## §. 245.

| Beispiel.                         | Erde.   | Jupiter.      |
|-----------------------------------|---------|---------------|
| Umlaufszeit in Erdetagen          | 365, 25 | 4332, 600     |
| Mittlere Entfernung von der Sonne | 1       | 5, 203        |
| Quadrat der Umlaufszeit           | 133407  | 18771422, 000 |
| Kubus der mittl. Entfernung       | 1       | 140, 851      |

Nun ist sehr nahe  $133407 : 18771422 = 1 : 140, 851$ ;  
 nämlich  $\log 18771422 = 7, 2734972$   
 $\log 133407 = 5, 1251786$   
 $2, 1483186 = \log 140, 7.$

Der Unterschied rührt von Störungen her, welche die Planeten durch ihre gegenseitigen Anziehungen in ihrer Bewegung erleiden.

## §. 246.

Erklärung. In Fig. 20. ist S die Sonne; in A ist der Planet in der Sonnenferne (aphelium, summa apsis), in B aber in der Sonnennähe (perihelium, infima apsis), in M und N in der mittlern Entfernung. AB heisst die Apsidenlinie, A und B heissen die Apsiden.

## §. 247.

Erklärung. Die wahre Anomalie ist der Winkel ASD (Fig. 20.), um welchen der Planet, von der Sonne aus gesehen, von dem Punkte der Sonnenferne absteht. Die mittlere Anomalie ist der Winkel ACD, um welchen er von dem Punkte der Sonnenferne absteht, wenn er sich gleichförmig bewegte. Der mittlere Ort oder die mittlere Länge des Planeten wird also durch die Linie CD, so wie die wahre Länge desselben durch SD bestimmt; beider Unterschied ist der Winkel CDS, weil der Winkel  $ACD = ASD + CDS$ , und dieser Unterschied heisst die Gleichung des Mittelpunktes.



## §. 248.

**Zusatz.** Man führe den Punkt D sammt den Linien CD und SD durch die ganze Peripherie der Ellipse, so ist offenbar, dass der Winkel CDS, so wie sich D von A entfernt, immer grösser wird, bis in die Gegend von L, wo er abzunehmen anfängt, und dass er dann von B bis I wieder zu-, von I bis A abnimmt. In A und B verschwindet er ganz, in L und I hingegen ist er am grössten. Da man die Anomalie nach der Ordnung der Zeichen von der Sonnenferne A angefangen durch M, D, L u. s. w. rechnet, so ist, wenn die mittlere Anomalie =  $\mu$ , die wahre =  $\nu$ , die Zeitgleichung =  $\varphi$  ist, in den ersten  $180^\circ$  die mittlere Anomalie und Länge immer grösser als die wahre,  $ACD > ASD$ , und  $\nu = \mu - \varphi$ ; in den letzten  $180^\circ$  aber ist die wahre grösser als die mittlere,  $180^\circ + BSR > 180^\circ + BCR$ , und  $\nu = \mu + \varphi$ .

Ferner erhellt, dass von A an die mittlere Anomalie schneller zunimmt als die wahre, und mithin die mittlere Geschwindigkeit grösser seyn muss als die wahre, und zwar bis L, von wo die wahre Geschwindigkeit grösser wird, als die mittlere; dass in der andern Hälfte der Ellipse das Gegentheil statt finden muss. In A und B sind beide Anomalien gleich.

## §. 249.

**Erklärung.** Die Länge des Planeten, von der Sonne aus gesehen, heisst seine heliocentrische, von der Erde aus gesehen, seine geocentrische Länge. Wenn man sich von dem Planeten P (Fig. 21.) eine auf die Ebene der Ekliptik senkrecht gezogenen Linie PR vorstellt, so heisst ihr unterster Punkt R der reducirte Ort des Planeten. Man denke sich ein Dreieck GSR in der Ebene der Ekliptik, dessen Winkelpunkte Sonne, Erde und reducirter Ort des Planeten sind; so heisst der Winkel GSR an der Sonne (nach Einigen auch sein Nebenwinkel) der Commutationswinkel, der Winkel SGR an der Erde



der Elongationswinkel, der Winkel GRS am reducirten Orte des Planeten die Parallaxe der Erdbahn. Die Weite SR heisst die curtirte Weite des Planeten von der Sonne; GR die curtirte Weite von der Erde.

#### §. 250.

**Erklärung.** Die Knoten eines Planeten sind die beiden Punkte seiner Bahn, wo sie die Ebene der Ekliptik schneidet. Der aufsteigende Knoten ist der, durch welchen der Planet geht, wenn er aus der südlichen Breite in die nördliche kömmt; der entgegengesetzte ist der absteigende. Die gerade Linie von einem Knoten zum andern heisst die Knotenlinie. Durch die Lage der Knotenlinie und durch die Neigung der Bahn des Planeten gegen die Ekliptik wird die Lage der Planetenbahn bestimmt. Die aus der Sonne gesehene Entfernung des Planeten von seinem aufsteigenden Knoten heisst das **Argument der Breite**, weil die heliocentrische Breite des Planeten davon abhängt.

#### §. 251.

**Aufgabe.** Die Lage der Knotenlinie eines Planeten zu finden.

**Auflösung.** Um zu finden, wann der Planet in seinem Knoten ist, beobachtet man, wann seine Breite abnimmt, bis sie Null wird. — Diese Beobachtung muss zweimal aus verschiedenen Standpunkten angestellt werden. Das eine Mal sey die Erde in F (Fig. 21.), das andere Mal in T. Der Knoten des Planeten sey in H. — Durch Beobachtung des scheinbaren Durchmessers der Sonne weiss man, wie gross FS und TS in Vergleichung mit der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne sind, welche letztere man als Einheit annimmt. — Ferner ist bekannt der Winkel FST durch die Zwischenzeit der Beobachtungen. — Endlich sind die Winkel SFH und STH durch Beobachtung gegeben, — Im Dreiecke FST



sind also 2 Seiten SF und ST nebst dem Zwischenwinkel bekannt, und man findet die Winkel an F und T und die Seite FT. — Im Dreiecke FHT sind nun die Seite FT und die anliegenden Winkel F und T bekannt, und man findet FH. — Im Dreiecke SFH hat man also den Winkel F und die anliegenden Seiten FS und FH, und findet den Winkel FSH. — Endlich weiss man nun aus Beobachtung die heliocentrische Länge der Erde, als sie in F war, oder den Winkel ASF, wodurch die heliocentrische Länge des Knotens oder der Winkel ASH, mithin die Lage der Knotenlinie gefunden ist.

## §. 252.

Anmerkung. Die Knoten erleiden eine kleine Veränderung. In der nächstfolgenden Tabelle bedeuten die negativen Zeichen eine rückgängige Bewegung der Knoten gegen Westen.

| N a m e n<br>der<br>P l a n e t e n. | Länge des auf-<br>steigenden Knotens<br>1810. | Säkuläre sideri-<br>sche Änderung des<br>Knotens. |
|--------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Merkur                               | 46° 4' 1"                                     | — 782"                                            |
| Venus                                | 74 57 18                                      | — 1870                                            |
| Mars                                 | 48 3 48                                       | — 2328                                            |
| Vesta                                | 103 10 12                                     |                                                   |
| Juno                                 | 171 9 50                                      |                                                   |
| Ceres                                | 80 56 55                                      |                                                   |
| Pallas                               | 172 33 54                                     |                                                   |
| Jupiter                              | 98 30 4                                       | — 1578                                            |
| Saturn                               | 112 1 55                                      | — 2266                                            |
| Uranus                               | 73 53 35                                      | — 3598                                            |

## §. 253.

Lehrsatz. Wenn die Erde in der Knotenlinie eines Planeten ist, so verhält sich der Sinus totus zum Sinus



der Elongation, wie die Tangente der Neigung der Planetenbahn gegen die Ekliptik zur Tangente der geocentrischen Breite.

Beweis. Es sey (Fig. 21.) die Neigung  $PZR = \alpha$ , die geocentrische Breite  $PGR = \beta$ . Nun ist

$$RZ : RP = 1 : \operatorname{tg} \alpha$$

$$RP : RG = \operatorname{tg} \beta : 1$$

---


$$RZ : RG = \operatorname{tg} \beta : \operatorname{tg} \alpha, \text{ aber auch}$$

$$RZ : RG = \sin RGZ : 1; \text{ folglich}$$


---

$$1 : \sin RGZ = \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \beta = \cot \beta : \cot \alpha.$$

Da die Erde in G in der Knotenlinie ist, so ist der Winkel RGZ die Elongation.

#### §. 254.

Aufgabe. Den Neigungswinkel der Planetenbahn gegen die Ekliptik zu finden.

Auflösung. Der Planet sey in P (Fig. 21.), PR senkrecht auf die Ebene der Ekliptik, RZ senkrecht auf die Knotenlinie HK, also RZP der gesuchte Neigungswinkel. Die Lage der Knotenlinie ist nach §. 251. bekannt, mithin kann man wissen, wann die Erde in derselben ist, in G. Von hier aus beobachte man den Winkel  $RGP = \beta$  = die geocentrische Breite des Planeten und den Elongationswinkel RGZ, so hat man aus obigem Lehrsatz die Proportion  $1 : \sin RGZ = \cot \beta : \cot \alpha$ .

#### §. 255.

Anmerkung. Die nachfolgende Tafel zeigt die Neigungen der Planetenbahnen gegen die Ebene der Ekliptik, und die kleinen Veränderungen, denen jene Neigungen unterworfen sind. Die negativen Zeichen bei diesen Veränderungen bedeuten eine Abnahme der Neigung. — Mars, Jupiter, Saturn und Uranus entfernen sich sehr wenig von der Ekliptik. Unter den alten Planeten hat Merkur die grösste Neigung der Bahn; aber auch sie beträgt



nicht über  $7^\circ$ , wesshalb die Alten den Zodiakus erfanden, welcher aber von den neuen Planeten weit überschritten wird, am meisten von der Pallas. Hat diese ihre grösste nördliche Breite, so sieht man sie in Regensburg zwischen dem Zenithe und Nordpol culminiren; denn es ist für diesen Ort

$$\begin{array}{rcl} \text{Äquatorshöhe} & = & 41^\circ \\ \text{Neigung der Ekliptik} & = & 23, 5 \\ \text{Neigung der Pallasbahn} & = & 34, 5 \\ \hline & & 99. \end{array}$$

Hingegen in ihrer grössten südlichen Breite geht sie für Regensburg gar nicht auf; denn es ist

$$41 - (23, 5 + 34, 5) = - 17^\circ,$$

d. h. sie culminirt  $17^\circ$  unter dem Horizonte.

| N a m e n<br>d e r<br>P l a n e t e n. | Neigung gegen<br>die<br>Ekliptik. |    |     | Säkuläre<br>Änderung der<br>Neigung. |
|----------------------------------------|-----------------------------------|----|-----|--------------------------------------|
| Merkur                                 | 7°                                | 0' | 0'' | + 18''                               |
| Venus                                  | 3                                 | 23 | 28  | — 4                                  |
| Mars                                   | 1                                 | 51 | 5   | — 0, 1                               |
| Vesta                                  | 7                                 | 7  | 52  |                                      |
| Juno                                   | 13                                | 4  | 27  |                                      |
| Ceres                                  | 10                                | 37 | 30  |                                      |
| Pallas                                 | 34                                | 37 | 28  |                                      |
| Jupiter                                | 1                                 | 18 | 51  | — 23                                 |
| Saturn                                 | 2                                 | 29 | 38  | — 15                                 |
| Uranus                                 | 0                                 | 46 | 26  | + 3                                  |

#### §. 256.

**Lehrsatz.** Der Sinus des Elongationswinkels verhält sich zum Sinus des Commutationswinkels wie die Tangente der geocentrischen Breite zur Tangente der heliocentrischen Breite.



**Beweis.** In dem Dreiecke SRP, TRP und SRT ist (Fig. 22.)

$$SR : RP = 1 : \operatorname{tg} PSR$$

$$RP : TR = \operatorname{tg} PTR : 1$$

---


$$SR : TR = \operatorname{tg} PTR : \operatorname{tg} PSR, \text{ und auch}$$

$$SR : TR = \sin STR : \sin TSR$$

---


$$\sin STR : \sin TSR = \operatorname{tg} PTR : \operatorname{tg} PSR,$$

was nichts anders als obiger Lehrsatz ist.

### §. 257.

**Aufgabe.** Die Entfernung eines Planeten von der Erde zu finden.

**Auflösung.** Die mittlere Weite der Erde von der Sonne wird hierbei als Einheit, als Massstab, und die Weite der Erde von der Sonne in irgend einem andern Punkte der Bahn, nämlich TS (Fig. 22.), in Vergleichung jener mittlern Entfernung (aus den scheinbaren Durchmessern der Sonne) als bekannt angenommen. Diese TS ist die einzige bekannte Linie, die Basis in dem Systeme von Dreiecken. Man sucht also das Verhältniss von TS zu TP.

Bekannte Winkel sind folgende :

PZR d. i. der Neigungswinkel (aus §. 254.),

PTR geocentrische Breite (beobachtet),

ferner alle 4 Winkel des Vierecks ZSTR, nämlich  
 PZR =  $90^\circ$ , weil RZ senkrecht auf der Knotenlinie ist,  
 ZST aus §. 251., wo die Knotenlinie gefunden worden ist,  
 STR d. i. der Elongationswinkel durch Beobachtung,  
 TRZ =  $360^\circ$  weniger den 3 vorigen.

Daraus findet sich folgendes :

1) Im Dreiecke PZR und PTR das Verhältniss ZR : TR durch  $ZR : RP = 1 : \operatorname{tg} RZP$

$$RP : TR = \operatorname{tg} RTP : 1$$

---


$$ZR : TR = \operatorname{tg} RTP : \operatorname{tg} RZP.$$



2) Im Dreiecke TZR und TZS, in welche das Viereck STRZ durch die Diagonale TZ getheilt wird, findet sich das Verhältniss TS : TR folgendermassen :

Im Dreiecke TZR ist ZR : TR und der Zwischenwinkel bekannt ; man findet also die beiden andern Winkel und  $\sin \text{TRZ} : \sin \text{TZR} = \text{TZ} : \text{TR}$ .

Im Dreiecke TZS sind dadurch auch die an TZ liegenden Winkel bekannt ; man findet also

$$\sin \text{ZST} : \sin \text{TZS} = \text{TZ} : \text{TS}.$$

Mithin hat man  $\sin \text{TRZ} : \sin \text{TZR} = \text{TZ} : \text{TR}$

$$\sin \text{TZS} : \sin \text{ZST} = \text{TS} : \text{TZ}$$

---


$$\sin \text{TRZ} . \sin \text{TZS} : \sin \text{TZR} . \sin \text{ZST} = \text{TS} : \text{TR}$$

$$\sin \text{TRZ} : \cos \text{TZR} : \sin \text{TZR} . \sin \text{ZST} = \text{TS} : \text{TR},$$

wodurch also die curtirte Weite TR des Planeten von der Erde im Verhältnisse der Entfernung TS der Erde von der Sonne gefunden ist.

3) Aus dieser curtirten Weite des Planeten von der Erde und aus der geocentrischen Breite PTR erhält man

$$\cos \text{PTR} : 1 = \text{TR} : \text{TP},$$

und durch Verbindung dieser Proportion mit der vorigen

$$\sin \text{TRZ} . \cos \text{TZR} : \sin \text{TZR} . \sin \text{ZST} = \text{TS} : \text{TR}$$

$$\cos \text{PTR} \quad \quad \quad : 1 \quad \quad \quad = \text{TR} : \text{TP}$$

---

$\sin \text{TRZ} . \cos \text{TZR} . \cos \text{PTR} : \sin \text{TZR} . \sin \text{ZST} = \text{TS} : \text{TP}$ ,  
wodurch also die wirkliche Entfernung TP des Planeten von der Erde im Verhältnisse zur Entfernung TS der Erde von der Sonne für einen gegebenen Standpunkt T gefunden ist.

#### §. 258.

**Aufgabe.** Die Entfernung eines Planeten von der Sonne zu finden.

**Auflösung.** Man sucht das Verhältniss von SP : ST (Fig. 22.), letztere wieder als Basis angenommen.

1) Im Dreiecke STR ist TS : TR aus der vorigen Aufgabe bekannt, nebst dem eingeschlossenen Elonga-



tionswinkel STR. Daraus finden sich die beiden andern Winkel an der Linie SR, nämlich der Commutationswinkel TSR und die Parallaxe der Erdbahn TRS; endlich auch die curtirte Weite des Planeten von der Sonne, d. i. SR : ST. Nachdem man nämlich den Winkel STR gefunden hat, so hat man

$$\sin \text{TSR} : \sin \text{STR} = \text{TR} : \text{SR},$$

und dazu die vorige Proportion

$\sin \text{TRZ} \cdot \cos \text{TZR} : \sin \text{TZR} \cdot \sin \text{ZST} = \text{TS} : \text{TR},$  so wird

$$\sin \text{TSR} \cdot \sin \text{TRZ} \cdot \cos \text{TZR} : \sin \text{STR} \cdot \sin \text{TZR} \cdot \sin \text{ZST} = \text{TS} : \text{SR},$$

wodurch also die curtirte Weite SR gefunden ist.

2) Ferner findet man aus dem vorigen Lehrsatz (§. 256.) die heliocentrische Breite durch die Proportion

$$\sin \text{STR} : \sin \text{TSR} = \text{tg PTR} : \text{tg PSR}.$$

3) Endlich im Dreiecke PSR die wirkliche Entfernung von der Sonne durch

$$\cos \text{PSR} : 1 = \text{SR} : \text{SP}.$$

#### §. 259.

Erklärung. Der Umlauf eines Planeten, aus der Sonne gesehen, lässt sich in verschiedener Hinsicht betrachten; von einem Fixsterne bis wieder dahin — siderischer Umlauf, vom Äquinoktialpunkte bis wieder dahin — tropischer Umlauf, von der Sonnenferne bis wieder dahin — anomalistischer Umlauf. Die respektiven Zeiten heissen siderisches, tropisches, anomalistisches Jahr.

#### §. 260.

Zusatz. Das tropische Jahr ist kleiner als das siderische, wegen des Rückwärtsgehens der Nachtgleichen (§. 127.), das anomalistische hingegen ist grösser, als das siderische, wegen des Vorwärtsgehens der Apsiden (§. 268.).

#### §. 261.

Aufgabe. Die siderische Umlaufszeit eines Planeten zu finden.



**Auflösung 1.** Für die obern Planeten betrachte man zwei auf einander folgende Oppositionen des Planeten mit der Sonne, und merke die dazwischen verflossene Zeit. Der Winkel, den sein Vector in dieser Zeit beschrieben hat, verhält sich zu  $360^\circ$ , wie die Zeit zwischen den Beobachtungen zur ganzen Umlaufszeit, wenn der Planet sich gleichförmig um die Sonne bewegte. Da aber dieses nicht der Fall ist, so gelangt man erst durch mehrere Beobachtungen zur genauen Bestimmung der Umlaufszeit.

**Auflösung 2.** Für die untern Planeten beobachtet man die Konjunktion, und zwar besser die untere als die obere, und am besten die Durchgänge durch die Sonnenscheibe.

#### §. 262.

**Aufgabe.** Die tropische Umlaufszeit eines Planeten zu finden.

**Auflösung.** Da das Rückwärtsgehen der Nachtgleichen in einem Jahre  $50'', 25$  beträgt, so kann man die tropische Umlaufszeit durch eine einfache Rechnung finden. Es sey z. B. der siderische Umlauf des Jupiters 4332, 6 Tage = 11, 87 Jahre, so gehen die Nachtgleichen während dieser Zeit um

$$11, 87 \cdot 50'', 25 = 596'' = 10'$$

beinahe zurück. Also durchläuft der Jupiter in Ansehung der Äquinoktialpunkte  $360^\circ 10'$ , und man hat

$$360^\circ 10' : 11, 87 = 360 : x$$

$$\frac{2161}{6} : 11, 87 = 360 : x, \text{ und } x = 11, 861.$$

#### §. 263.

**Anmerkung.** Wenn die Planeten in der Sonnenferne sind, so bewegen sie sich gemäss des zweiten Keplerischen Gesetzes und gemäss §. 248. am langsamsten in ihrer Bahn; dagegen am schnellsten, wenn sie in



der Sonnennähe sind. Diess ist der Grund von dem ungleichförmigen scheinbaren Laufe der Sonne (§. 136.). Das Sommerhalbjahr ist desshalb für die nördliche Halbkugel der Erde um 8 Tage länger als das Winterhalbjahr.

| N a m e n<br>d e r<br>P l a n e t e n. | Mittlere<br>Entfernung der<br>Planeten von<br>der Sonne. | Siderische<br>Revolution in<br>mittlern Tagen. | Tropische<br>Revolution in<br>mittlern Tagen. |
|----------------------------------------|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Merkur                                 | 0, 387                                                   | 87, 969                                        | 87, 968                                       |
| Venus                                  | 0, 723                                                   | 224, 701                                       | 224, 695                                      |
| Erde                                   | 1, 000                                                   | 365, 256                                       | 356, 422                                      |
| Mars                                   | 1, 524                                                   | 686, 980                                       | 686, 930                                      |
| Vesta                                  | 2, 363                                                   | 1327, 205                                      | 1327, 402                                     |
| Juno                                   | 2, 670                                                   | 1593, 998                                      | 1593, 574                                     |
| Ceres                                  | 2, 767                                                   | 1681, 539                                      | 1681, 102                                     |
| Pallas                                 | 2, 768                                                   | 1682, 709                                      | 1682, 246                                     |
| Jupiter                                | 5, 201                                                   | 4332, 596                                      | 4330, 610                                     |
| Saturn                                 | 9, 538                                                   | 10758, 970                                     | 10746, 732                                    |
| Uranus                                 | 19, 183                                                  | 30688, 713                                     | 30589, 357                                    |

#### §. 264.

**Aufgabe.** Die scheinbaren Durchmesser der Planeten, von der Erde gesehen, und zwar die grössten und kleinsten, zu bestimmen.

**Auflösung.** 1. Man bestimmt den scheinbaren Durchmesser eines obern Planeten zur Zeit seiner Opposition mit der Sonne, weil er uns dann am nächsten steht. Hieraus findet man den grössten scheinbaren Durchmesser durch Rechnung, welcher in jener Opposition erblickt würde, wenn der Planet gleichzeitig in der Sonnennähe und die Erde in der Sonnenferne wäre, was nur selten wirklich zutrifft.

2. In der Konjunktion mit der Sonne, also in ihrer grössten Entfernung von uns, kann man die obern Pla-



neten nicht beobachten, weil sie mit der Sonne zugleich culminiren. Um also auch in dieser Stelle ihren scheinbaren kleinsten Durchmesser zu erhalten, nimmt man seine Zuflucht zur Rechnung, indem man sagt: die scheinbare Grösse des Planeten in seiner Opposition mit der Sonne verhält sich zu der scheinbaren Grösse desselben in seiner Konjunktion mit der Sonne, wie der Durchmesser der Erdbahn und die Entfernung des Jupiters von derselben in seiner Konjunktion zu diesem seinem Abstände in seiner Opposition.

3. Durch eine ähnliche Rechnung findet man die scheinbaren Durchmesser der untern Planeten in ihrer grössten und kleinsten Entfernung von der Erde, d. h. in ihrer obern und untern Konjunktion mit der Sonne, da man jene Grössen nicht unmittelbar beobachten kann. Nur in dem Falle, wenn diese Planeten auf der Sonnenscheibe selbst erscheinen, kann man ihren grössten scheinbaren Durchmesser unmittelbar bestimmen.

| N a m e n<br>d e r<br>H i m m e l s k ö r p e r. | Durchmesser.                         |             |
|--------------------------------------------------|--------------------------------------|-------------|
|                                                  | Scheinbarer von der Erde<br>gesehen. |             |
|                                                  | Kleinst.                             | Grösst.     |
| Sonne                                            | 32' 36'', 0                          | 31' 31'', 0 |
| Merkur                                           | 4, 0                                 | 11, 6       |
| Venus                                            | 9, 6                                 | 65, 6       |
| Mars                                             | 3, 7                                 | 27, 2       |
| Vesta                                            | 0, 2                                 | 0, 5        |
| Juno                                             | 0, 7                                 | 3, 3        |
| Ceres                                            | 0, 9                                 | 2, 3        |
| Pallas                                           | 1, 0                                 | 4, 2        |
| Jupiter                                          | 29, 9                                | 49, 2       |
| Saturn                                           | 15, 5                                | 21, 5       |
| Uranus                                           | 3, 5                                 | 4, 3        |



## §. 265.

**Anmerkung.** Der scheinbare Durchmesser der Sonne ist am genauesten bestimmt, weil man ihn zu allen Zeiten und aus mehreren Orten messen kann, und weil er viel grösser erscheint, als die übrigen. Wie die vorstehende Tabelle zeigt, sind die Durchmesser der Venus und des Mars, deren Bahnen unserer Erde zunächst liegen, den grössten Variationen unterworfen; jene des Uranus aber den kleinsten.

## §. 266.

**Aufgabe.** Die Excentricität und Apsidenlinie der Planetenbahnen zu finden.

**Auflösung.** 1. Wenn man mittelst des Mittagsfernrohres täglich die Rektascension und die Deklination der Sonne beobachtet, so lässt sich hieraus die Länge derselben für jeden Tag berechnen. Hieraus ergibt sich die grösste und kleinste Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn, oder die Geschwindigkeit in A und B (Fig. 20.). Es verhält sich aber jene zu dieser, wie  $BS : AS$  (§. 222.) = die Sonnennähe zur Sonnenferne. Aus dem Verhältnisse  $BS : AS$  lässt sich nun die Excentricität berechnen; denn es ist diese  $CF = CS = \frac{AB}{2} - BS$   

$$= \frac{AS + BS}{2} - BS = \frac{AS - BS}{2}.$$

Durch diese Beobachtungen hat man zugleich die Orte gefunden, wo die Erde sich am geschwindesten oder am langsamsten bewegte, d. i. die Apsiden.

2. Es seyen M und N (Fig. 20.) zwei heliocentrische Längen eines Planeten, die in der Opposition derselben mit der Sonne, wobei geocentrische und heliocentrische Länge einerlei ist, beobachtet (oder aus der geocentrischen berechnet) worden sind.

Man nehme nun für die Länge der Sonnenferne A einen Werth  $\gamma$  an, welcher die Gleichungen des Mittel-



punktes so gäbe, wie ihn die Beobachtung in M und N fordert. Man ändere dann A um  $1^\circ$ , und nehme mit  $A + 1^\circ = A'$  die nämlichen Berechnungen wieder vor, und finde statt  $\gamma$  z. B.  $\gamma + 0,0001 = \gamma'$ . Man hat also zwei Hypothesen, A mit  $\gamma$  und A' mit  $\gamma'$ , und keine dieser Grössen kann geändert werden, ohne dass die andern verhältnissmässig geändert werden, weil sie sonst den Beobachtungen M, N widersprechen würde. Welche der beiden Berechnungen der Wahrheit am nächsten kömmt, entscheidet nun eine dritte Beobachtung in L, für welche man die wahre Anomalie nach beiden Hypothesen A,  $\gamma$  und A',  $\gamma'$  berechnet, und diese mittlere Anomalie mit der vorher berechneten in M vergleicht. Beider Unterschied müsste genau der Zeit zwischen den Beobachtungen in M und L entsprechen, wenn A,  $\gamma$  oder A',  $\gamma'$  richtig wären; und man sieht leicht, welche dieser Hypothesen die richtigste ist, oder wie sie durch eine einfache Regel de tri geändert werden müsse, damit der Unterschied zwischen den mittlern Anomalien in M und N der dazwischen verflossenen Zeit entspreche. Wodurch man dann die verbesserte Werthe von A und  $\gamma$  findet, und sie durch weitere ähnliche Kombinationen immer mehr verbessern kann.

#### §. 267.

**Zusatz.** Die Vergleichung der neuern Bestimmungen mit den ältern zeigte bald, dass auch die Lage der Apsiden, so wie die der Knoten, veränderlich, aber mit Ausnahme der Venus, nicht gleich dieser letztern rückgängig sey, sondern vielmehr vorrücke. Eben so ist auch die Excentricität kleinen Zu- oder Abnahmen unterworfen. (Vergl. §. 252. 260.)

#### §. 268.

**Aufgabe.** Das anomalistische Jahr zu finden.

**Auflösung.** Die siderische Änderung des Perihels der Erde ist  $12''$  in einem Jahre; die Äquinoktien gehen



gleichzeitig um  $50''$ ,  $25$  zurück (§. 122.), also wird die Länge des Perihels dadurch jährlich um  $62''$ ,  $25$  grösser, und mithin übertrifft das anomalistische Jahr das tropische um so viel, als die Erde Zeit braucht, um  $62''$ ,  $25$  zurückzulegen, d. i.  $24'$   $15''$ ,  $42$ , und beträgt also  $365^d$   $6^h$   $13'$   $6''$ ,  $25$ .

| N a m e n<br>d e r<br>P l a n e t e n. | Halbe grosse<br>Axe der<br>B a h n e n. | Excentricität<br>in Theilen<br>der halben<br>grossen Axe. | Säkuläre<br>Ä n d e r u n g. |
|----------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------|------------------------------|
| Merkur                                 | 0, 38710                                | 0, 20562                                                  | + 0, 000004                  |
| Venus                                  | 0, 72333                                | 0, 00686                                                  | — 0, 000063                  |
| Erde                                   | 1, 00000                                | 0, 01679                                                  | — 0, 000042                  |
| Mars                                   | 1, 52369                                | 0, 09322                                                  | + 0, 000090                  |
| Vesta                                  | 2, 36320                                | 0, 18382                                                  | —                            |
| Juno                                   | 2, 67037                                | 0, 25436                                                  | —                            |
| Ceres                                  | 2, 76724                                | 0, 07850                                                  | —                            |
| Pallas                                 | 2, 76826                                | 0, 24478                                                  | —                            |
| Jupiter                                | 5, 20116                                | 0, 04818                                                  | + 0, 000159                  |
| Saturn                                 | 9, 53781                                | 0, 05617                                                  | — 0, 000312                  |
| Uranus                                 | 19, 18318                               | 0, 04667                                                  | — 0, 000025                  |

## §. 269.

Aufgabe. Die grösste und kleinste Entfernung der Planeten von der Sonne zu finden.

Auflösung. 1. Gemäss des §. 266. ist (Fig. 20.)  $CS = \frac{AB}{2} - BS$ . Kennt man also  $\frac{AB}{2}$  und  $CS$ , d. i. die mittlere Entfernung und die Excentricität, so hat man

$$BS = \frac{AB}{2} - CS \text{ und } AS = AB - BS.$$

2. Für die Erde insbesondere könnte man auch genauer mikrometrische Messungen des Sonnendurchmessers gebrauchen. Es wäre dann

$$AS : BS = 1891'' : 1956''.$$



## §. 270.

**Aufgabe.** Die Epoche oder mittlere Länge der Planeten für eine bestimmte Zeit zu finden.

**Auflösung.** Wenn für einen Planeten die Länge seiner Sonnenferne  $A$  (Fig. 20.) und die Excentricität  $\gamma$  genau bestimmt sind (§. 266.), so gibt jede beobachtete heliocentrische Länge  $D$ , z. B. in der Opposition, die wahre Anomalie  $ASD = PSD - PSA$ , für welche man mit  $\gamma$  die Gleichung des Mittelpunktes d. i. den Winkel  $ACD$  berechnet, also auch die mittlere Anomalie  $ACD = ASD + CDS$ , folglich auch die mittlere Länge  $PSD = ACD + PSA - CDS$  findet. Diese gibt eine Epoche, die man vermittelst der bekannten mittlern Bewegung auf den Anfang eines Jahres oder Jahrhunderts reducirt.

## §. 271.

**Anmerkung.** Es ist leicht einzusehen, wie man aus der nachfolgenden Tafel und der bekannten mittlern Bewegung eines Planeten seine mittlere Länge für irgend einen beliebigen Zeitpunkt, und hieraus seine wahre Länge finden kann.

| N a m e n<br>der<br>P l a n e t e n. | L ä n g e<br>des<br>Perihels 1810. | Säkuläre<br>siderische Än-<br>derung des<br>Perihels. | Epoche der<br>mittlern Länge für<br>1810, den 1. Jan.,<br>mittlern Mittag in<br>Paris. |
|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| Merkur                               | 74° 30' 14"                        | 584"                                                  | 293° 32' 19"                                                                           |
| Venus                                | 128 44 18                          | — 267                                                 | 236 16 15                                                                              |
| Erde                                 | 99 39 22                           | 1180                                                  | 99 29 2                                                                                |
| Mars                                 | 332  33 49                         | 1582                                                  | 346 28 35                                                                              |
| Vesta                                | 250 19 0                           | —                                                     | 105 44 54                                                                              |
| Juno                                 | 53 16 0                            | —                                                     | 95 21 12                                                                               |
| Ceres                                | 146 44 0                           | —                                                     | 61 12 32                                                                               |
| Pallas                               | 121 22 0                           | —                                                     | 49 9 23                                                                                |
| Jupiter                              | 11 17 48                           | 664                                                   | 25 24 2                                                                                |
| Saturn                               | 89 15 11                           | 1937                                                  | 245 25 19                                                                              |
| Uranus                               | 167 29 37                          | 239                                                   | 216 27 59                                                                              |



## §. 272.

**Erfahrung.** Ausser den bisher beobachteten Bewegungen um die Sonne hemerkt man auch an derselben und einigen Hauptplaneten eine Rotation um ihre Axen, mittelst des Fortrückens der Flecken und Streifen auf ihrer Oberfläche.

## §. 273.

**Anmerkung.** Wenn die Sonne keine Rotation hätte, so würden wir doch, vermöge unsers jährlichen Umlaufes, im Sommer eine andere Seite der Sonne als im Winter, und während dieser Zeit eine scheinbare Bewegung der an sich unbeweglichen Flecken sehen. Dasselbe könnte auch rücksichtlich der Planeten gelten. Allein eine nähere Betrachtung der Bewegung der Flecken überzeugt uns vom Gegentheile.

## §. 274.

**Erfahrung 1.** Wir sehen die Flecken der Sonne in der uns zugekehrten Hälfte der Sonne immer am linken oder östlichen Rande eintreten, und am rechten wieder austreten, so dass sie hinter der Sonne von der rechten zur linken Seite herum gehen. Ein Auge im Mittelpunkte der Sonne würde also die Flecken sich von der rechten zur linken Seite, mithin nach der Richtung der jährlichen Bewegung aller Planeten, sehen.

**2.** Obwohl die Sonnenflecken häufig nur veränderlich sind, ja manche von ihnen nach wenigen Tagen mitten in der Sonne verschwinden; so bewegen sie sich doch alle in der nämlichen Richtung und mit gleicher Geschwindigkeit, was nur eine Folge der Rotation der Sonne seyn kann.

**3.** Viele Flecken dauern lange genug, um mehrere Umläufe um die Sonne zu machen, und alle solche Flecken brauchen zu einem solchen Umlaufe etwas mehr als 27 wahre Sonnentage; d. h. wenn z. B. ein Fleck



heute in der Mitte der Sonnenscheibe erscheint, so wird er nach  $27^d, 5$  wieder die nämliche Stellung haben.

4. Ähnliche konstante Flecken sieht man auf den andern Planeten, mit Ausnahme der neuen wegen ihres kleinen scheinbaren Durchmessers, und des Urnanus wegen seiner weiten Entfernung, und sie bewegen sich auch alle in der nämlichen Richtung, wie jene der Sonne.

#### §. 275.

**Zusatz.** Die Rotation der Sonne, wie jene der sämtlichen Hauptplaneten geschieht von Westen nach Osten; denn was an den übrigen Planeten nicht beobachtet werden kann, lässt sich durch Analogie für dieselben erschliessen. Diese Rotation der Planeten ist übrigens ein neuer Beweis für die tägliche Umdrehung der Erde (§. 191.).

#### §. 276.

**Aufgabe.** Die Rotationszeit der Sonne zu finden.

**Auflösung.** Der ganze Umlauf eines konstanten Sonnenfleckens beträgt  $27, 5$  Tage; während dieser Zeit legt die Erde in ihrer Bahn  $27^\circ$  zurück, und desshalb hat jener Fleck auf der Sonne herum  $360^\circ + 27 = 387^\circ$  zurückgelegt. Man hat also

$$387^\circ : 27^d, 5 = 360 : x$$

$$x = 25^d, 5 \text{ wahre Sonnentage.}$$

#### §. 277.

**Erfahrung.** Am 10. December, wann die Länge der Sonne  $= 258^\circ$  ist, also die Erde im  $78^\circ$  ihrer Bahn steht, sind die Bahnen aller Flecken in der Sonnenscheibe gerade Linien, die sich nach Norden über die Mitte der Sonne oder die Ekliptik erheben; am 9. Junius sind sie wieder gerade Linien, die aber eine entgegengesetzte Lage haben, so dass sie sich nach Süden unter die Ekliptik senken.



## §. 278.

**Zusatz.** Desshalb befindet sich die Erde an diesen zwei Tagen in der Ebene des Sonnenäquators, und zwar zuerst im aufsteigenden und dann im absteigenden Knoten desselben mit der Ekliptik. Die Länge dieses aufsteigenden Knotens ist  $248^{\circ}$ .

## §. 279.

**Erfahrung.** In den Zwischenzeiten krümmen sich die Bahnen der Flecken immer mehr; sie scheinen Ellipsen zu seyn, deren innere oder hohle Seite vom 10. December bis 9. Junius nach unten oder Süden, vom 10. Junius bis 10. December aber nach oben gekehrt ist, weil sich die Erde während der ersten Zeit an der südlichen, während der letzten an der nördlichen Seite des Sonnenäquators befindet. Am 10. März und 10. September haben diese Ellipsen ihre grösste Krümmung.

## §. 280.

**Zusatz.** Aus dem Verhältnisse der grossen und kleinen Axe der Ellipsen hat man berechnet, dass der Sonnenäquator mit der Ekliptik einen Winkel von  $7^{\circ} 30'$  macht.

| Himmelskörper. | R o t a t i o n |                       |
|----------------|-----------------|-----------------------|
|                | in Sternzeit.   | in Sonnenzeit.        |
| Sonne          | 2203200''       | 25 <sup>d</sup> , 500 |
| Merkur         | 86450           | 1, 000                |
| Venus          | 84060           | 0, 973                |
| Erde           | 86400           | 0, 997                |
| Mars           | 88800           | 1, 027                |
| Jupiter        | 35717           | 0, 414                |
| Saturn         | 36960           | 0, 428                |
| Uranus         | 25507           | 0, 295                |



## §. 281.

**Anmerkung.** Die Entfernungen und Grössen der Hauptplaneten wurden bisher nur durch Verhältnisse dargestellt; hinfür sollen sie in einem bekannten Masse ausgedrückt werden.

## §. 282.

**Aufgabe.** Die Grösse eines Grades der geographischen Breite zu finden.

**Auflösung.** Man gehe von einem Orte in dessen Meridiane so lange fort, bis sich die Polhöhe um  $1^\circ$  geändert hat, und messe die Weite, durch welche man gegangen ist. — In der Ausübung hat indessen diese Aufgabe manche Schwierigkeiten, da man nicht leicht eine Gegend findet, wo man ununterbrochen in einerlei Meridiane so weit fortmessen könnte. Wie man aber durch Verbindung von Dreiecken dennoch dergleichen Messungen ausführen könne, zeigt Folgendes.

Man misst eine gerade Linie BC (Fig. 23.), die Basis, von etwa sechs bis zehntausend Toisen, und beobachtet die sämtlichen Winkel der Dreiecke ABC, BCD, CDE . . . , wo A, D, E gegebene terrestrische Fixpunkte in der Nähe des Meridianes AM sind, und wo man auf die verschiedenen Erhöhungen dieser Punkte über die erweiterte Oberfläche des Meeres Rücksicht nehmen muss, um die Bogen zu haben, welche man unmittelbar auf der Oberfläche der See und in gleichen Entfernungen vom Mittelpunkte der Erde erhalten würde. Endlich beobachtet man auch den Winkel BAM oder CAM, welchen der Meridian mit einer dieser Seiten AB, AC . . . der Dreiecke bildet. Man erhält diesen Winkel, wenn man die horizontale Distanz des Objektes B und C von einem Sterne im Augenblicke der Culmination des letztern beobachtet. Diess vorausgesetzt, kennt man im Dreiecke ABC zwei Winkel und die Seite BC, also auch die übrigen Seiten und Winkel. Dasselbe gilt für das Dreieck BCD, und da man so die Seite CD kennt, auch für das Dreieck



CDE, und da man so DE kennt, auch für das Dreieck DEF u. s. w.

Da man nun im Dreiecke ACa die Seite AC mit den beiden anliegenden Winkeln hat, so kennt man auch die Seite Aa und den Winkel an a, so wie Ca, also auch aE. Eben so hat man im Dreiecke aEb den Winkel an a und E, und die Seite aE; also kennt man auch den Winkel an b, und die Seiten ab und bE, also auch bF. Auf dieselbe Weise hat man im Dreiecke Fbc die Seite Fb mit den beiden anliegenden Winkeln, also auch die Seite bc u. s. w. Führt man so durch die ganze Kette der Dreiecke fort, so erhält man nach und nach die Theile Aa, ab, bc . . . , deren Summe dem zu messenden Bogen AM des Meridians gleich ist.

#### §. 283.

**Zusatz.** Wenn man an mehrern Orten der Erde ähnliche Messungen anstellt, und wenn die Halbmesser, welche aus diesen Messungen folgen, nicht immer, wenigstens innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler, dieselben sind; so kann die Erde keine vollkommene Kugel seyn. Gemäss der gemachten Messungen werden die Werthe der einzelnen Grade immer grösser, je mehr man sich dem Pole nähert. Da aber von verschiedenen Kugeln diejenigen die grössern sind, deren ganze Peripherie, also auch deren einzelne Grade die grössern sind; so besteht die Oberfläche der Erde gleichsam aus sehr vielen einander schneidenden Kugelzonen, welche Zonen immer grösser werden, je weiter sie vom Äquator entfernt sind. Da endlich jeder Theil der Oberfläche einer Kugel einer Ebene desto näher kömmt, je grösser diese Kugel ist; so ist auch die Erde an den Polen abgeplattet.

#### §. 284.

**Anmerkung.** Die vorzüglichsten Messungen der Breitengrade geben folgende Resultate:



| Beobachter.         | Nörtl. Breite. | Länge eines Grades. |
|---------------------|----------------|---------------------|
| Bouguer, Condamine  | 0° 0' 0"       | 56731, 70 Toisen.   |
| Lambton             | 9 34 44        | 56746, 50           |
| —                   | 13 2 55        | 56757, 63           |
| —                   | 16 34 32       | 56777, 63           |
| Delambre, Mechain   | } 44 51 3      | 57006, 14           |
| Biot, Arrago        |                |                     |
| Mudge               | 52 2 20        | 57070, 00           |
| Svanberg, Ofverboom | 66 20 12       | 57209, 00           |

Die ausgedehnteste dieser Messungen ist die von Delambre gemachte; sie umfasst den Bogen von Formentera unter  $38^{\circ} 39' 56''$ , 16 bis Dünkirchen unter  $51^{\circ} 2' 9''$ , 55, der eine Länge von 705188<sup>t</sup>, 8 hat, und dessen Mitte unter  $44^{\circ} 51' 3''$  fällt. Diese Messung, so wie die Svanberg'sche, verdienen wegen der Orte, wo sie vorgenommen worden sind, wegen ihrer Genauigkeit u. s. w. die vorzüglichste Berücksichtigung.

## §. 285.

**Aufgabe.** Vorausgesetzt, dass die verschiedenen Breitengrade demselben Meridiane zugehören, oder dass alle Meridiane gleich und ähnlich sind, — aus zwei unter verschiedenen Breiten gemessenen Graden das Verhältniss der grossen und kleinen Axe des Meridians zu finden.

**Auflösung.** Es sey APa (Fig. 24.) eine halbe Ellipse, CA die halbe grosse, CP die halbe kleine Axe, und  $CA = 1$ ,  $CP = m$ . Ferner sey EF senkrecht auf die Tangente ES an dem beliebigen Punkte E, und eF senkrecht auf die Tangente in e. Beide Perpendikel stossen in F zusammen, und Ee sey ein sehr kleiner Bogen, der von dem Kreisbogen des Halbmessers EF nicht merklich abweicht. Der Winkel ADE, der die Breite des Punktes E bestimmt, sey  $= \varphi$ . Ferner ziehe man EB senkrecht auf AC, und setze  $CB = x$ ,  $BE = y$ ; so ist nach der Gleichung der Ellipse aus dem Mittelpunkte



$$BE^2 = CP^2 - \frac{CP^2 \cdot CB^2}{CA^2}$$

$$y^2 = m^2 - \frac{m^2 x^2}{1} = m^2(1 - x^2) \quad (1)$$

$$y = m \sqrt{(1 - x^2)}. \quad (2)$$

Hierauf ziehe man die Ordinate fb ganz nahe an EB, und Eg parallel mit Bb; so ist

$$DE^2 = BE^2 + BD^2, \text{ und weil} \quad (3)$$

$$BD : BE = BE : BS \text{ und}$$

$$fg : Eg = BE : BS, \text{ so ist auch}$$

$$BD : BE = fg : Eg$$

$$BD = BE \cdot \frac{fg}{Eg}$$

$$BD^2 = BE^2 \cdot \frac{fg^2}{Eg^2}, \text{ und durch Substitution in (3.)}$$

$$DE^2 = BE^2 + BE^2 \cdot \frac{fg^2}{Eg^2} = y^2 \left( 1 + \frac{fg^2}{Eg^2} \right). \quad (4)$$

Um den Werth von  $\frac{fg}{Eg}$  zu finden, nehme man die Gleichung der Ellipse aus dem Mittelpunkte

$$fb^2 = CP^2 - \frac{CP^2 \cdot Cb^2}{CA^2}, \text{ und ziehe hiervon (1.) ab, so ist}$$

$$fb^2 - BE^2 = \frac{CP^2 (CB^2 - Cb^2)}{CA^2}$$

$$(fb + BE)(fb - BE) = \left( \frac{CP}{CA} \right)^2 (CB + Cb)(CB - Cb)$$

$$\frac{fb - BE}{CB - Cb} = \left( \frac{CP}{CA} \right)^2 \frac{CB + Cb}{fb + BE}$$

$$\frac{fg}{Bb} = \left( \frac{CP}{CA} \right)^2 \cdot \frac{2CB - Bb}{2BE + fg}$$

$$\frac{fg}{Eg} = m^2 \cdot \frac{CB}{BE},$$

weil die unendlich kleinen Grössen Bb und fg gegen CB und BE verschwinden. Man hat also



$\frac{fg}{Eg} = m^2 \cdot \frac{x}{y}$ , und durch Substitution in (4.)

$$DE^2 = y^2 \left( 1 + \frac{m^4 x^2}{y^2} \right) = y^2 + m^4 x^2, \text{ oder wegen (1.)}$$

$$DE^2 = m^2 (1 - x^2) + m^4 x^2$$

$$= m^2 (1 - x^2 + m^2 x^2)$$

$$DE = m \sqrt{(1 - x^2 + m^2 x^2)}. \text{ Da nun} \quad (5)$$

$DE : BE = 1 : \sin \varphi$ , so ist auch wegen (5.) u. (2.)

$$m \sqrt{(1 - x^2 + m^2 x^2)} : m \sqrt{(1 - x^2)} = 1 : \sin \varphi$$

$$1 - x^2 + m^2 x^2 : 1 - x^2 = 1 : \sin^2 \varphi$$

$$1 - x^2 = \sin^2 \varphi - x^2 \sin^2 \varphi + m^2 x^2 \sin^2 \varphi$$

$$1 - x^2 = 1 - \cos^2 \varphi - x^2 + x^2 \cos^2 \varphi + m^2 x^2 \sin^2 \varphi$$

$$\cos^2 \varphi = x^2 (\cos^2 \varphi + m^2 \sin^2 \varphi)$$

$$x^2 = \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi + m^2 \sin^2 \varphi}, \quad (6)$$

und durch Substitution in (5.)

$$DE = m \sqrt{\left( 1 - \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi + m^2 \sin^2 \varphi} + \frac{m^2 \cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi + m^2 \sin^2 \varphi} \right)}$$

$$= \sqrt{\left( \frac{m^4 \sin^2 \varphi + m^4 - m^4 \sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi + m^2 \sin^2 \varphi} \right)}$$

$$= \frac{m^2}{\sqrt{(\cos^2 \varphi + m^2 \sin^2 \varphi)}}. \quad (7)$$

Dieser Werth von DE, welche die Normallinie heisst, hängt von dem constanten Verhältnisse der beiden halben Axen der Ellipse, oder von  $1 : m$  und vom Winkel ADE ab. Nimmt man also eine andere Normallinie H für einen andern Ort, dessen Breite  $= \psi$  ist; so hat

$$\text{man } H = \frac{m^2}{\sqrt{(\cos^2 \psi + m^2 \sin^2 \psi)}}. \quad (8)$$

Bekanntlich verhalten sich die Halbmesser so kleiner Bogen Ee einer Ellipse, die man ohne merklichen Fehler für Kreisbogen nehmen kann, wie die Würfel ihrer Normallinien. Die Halbmesser stehen im direkten Verhältnisse der mit denselben beschriebenen ähnlichen Bogen. Bezeichnet man also den in der Breite  $\varphi$  gemessenen



Bogen mit  $G$ , und den in der Breite  $\psi$  gemessen mit  $g$ , so hat man

$$G : g = \sqrt{(\cos^2 \psi + m^2 \sin^2 \psi)^3} : \sqrt{(\cos^2 \varphi + m^2 \sin^2 \varphi)^3} \quad (9)$$

$$G \sqrt{(1 - \sin^2 \varphi + m^2 \sin^2 \varphi)^3} = g \sqrt{(1 - \sin^2 \psi + m^2 \sin^2 \psi)^3}$$

$$G \sqrt{(1 - (1 - m^2) \sin^2 \varphi)^3} = g \sqrt{(1 - (1 - m^2) \sin^2 \psi)^3}. \quad (10)$$

Entwickelt man hier die Potenzen nach dem binomischen Lehrsatz, mit Hinweglassung aller höhern Potenzen des zweiten Gliedes, weil  $1 - m^2$  nur ein sehr kleiner Bruch ist; so bekommt man

$$G (1 - \frac{3}{2} (1 - m^2) \sin^2 \varphi) = g (1 - \frac{3}{2} (1 - m^2) \sin^2 \psi)$$

$$G - (1 - m^2) \frac{3}{2} G \sin^2 \varphi = g - (1 - m^2) \frac{3}{2} g \sin^2 \psi$$

$$G - g = (1 - m^2) \frac{3}{2} G \sin^2 \varphi - (1 - m^2) \frac{3}{2} g \sin^2 \psi$$

$$= \frac{(1 - m^2)}{2} 3 (G \sin^2 \varphi - g \sin^2 \psi)$$

$$\frac{1 - m^2}{2} = \frac{G - g}{3 (G \sin^2 \varphi - g \sin^2 \psi)}.$$

Da nun  $m$  nur wenig von 1 unterschieden ist, so setze man diesen Unterschied  $= d$ , also  $m = 1 - d$  und  $m^2 = 1 - 2d + d^2$ , oder mit Weglassung des letzten Gliedes  $m^2 = 1 - 2d$ , und daher

$$d = \frac{1 - m^2}{2} = \frac{G - g}{3 (G \sin^2 \varphi - g \sin^2 \psi)}.$$

#### §. 286.

**Zusatz.** Diese Formel, die unter dem Namen der Maupertuis'schen bekannt ist, drückt also den Unterschied zwischen dem Halbmesser des Äquators und der halben Erdaxe, in Theilen des erstern, somit auch den Unterschied des Durchmessers und der Axe in Theilen des erstern aus.

#### §. 287.

**Zusatz.** Ist  $g$  ein Grad unter dem Äquator, so wird  $\psi = 0$ , und  $d = \frac{G - g}{3 G \sin^2 \varphi}$ .



## §. 288.

**Beispiel.** Nimmt man von den zuverlässigsten zwei Messungen (§. 284.)  $\varphi = 66^\circ 20' 12''$ ,  $G = 57209^t, 00$

$$\psi = 44 \ 51 \ 3, \ G = 57006, 14$$

so erhält man  $d = \frac{1}{290, 4}$ .

## §. 289.

**Anmerkung.** Vergleicht man diejenigen Resultate, welche man aus der Zusammenstellung von zwei oder mehrern Messungen erhält; so findet man Abweichungen, welche unmöglich aus Fehlern der Messungen erklärt werden können, und auf eine unregelmässige Gestalt des elliptischen Sphäroides schliessen lassen, welches durch Umdrehung einer Ellipse um ihre kleine Axe entstanden ist, und als Form der Erde angenommen wird.

## §. 290.

**Anmerkung.** Wäre die Erde eine vollkommene Kugel, so würde die Schwere, mithin auch die Geschwindigkeit des Fallens und somit die Zeit einer Pendelschwingung überall gleich seyn. Ist aber die Erde ein regelmässiger Körper anderer Art, namentlich von elliptisch sphäroidischer Form, so müssen die Anziehungen und Fallhöhen unter dem Äquator am geringsten, unter den Polen am grössten seyn. Weil aber endlich die Pendelschwingungen in einer gegebenen Zeit so viel zahlreicher sind, je stärker die Wirkung der Schwere ist, und so viel weniger, je länger das Pendel ist; so kann man aus der zunehmenden Zahl der Schwingungen oder der grössern Länge der gebrauchten Pendel die Vermehrung der Schwere nach den Polen hin, und hierdurch die Abplattung der Erde finden. Es ist einleuchtend, dass die zu diesem Zwecke dienenden Pendelschwingungen so reducirt werden müssen, dass man sie zuletzt als unter ganz gleichen Umständen angestellt betrachten kann. Die somit erforder-



lichen Korrekturen geschehen 1) wegen des Gewichtes des Fadens und der Beschaffenheit des aufgehängenen Körpers, 2) wegen der Grösse des Bogens, 3) wegen der gegen die Pole hin zunehmenden Schwere, 4) wegen der Erhebung über die Meeresfläche, und 5) wegen des Widerstandes der Luft.

## §. 291.

**Lehrsatz.** Die Zunahme der Schwere auf der Erde ist dem Quadrate des Sinus der Breite nahe proportional.

**Beweis.** Die Schwere steht im geraden Verhältnisse mit den zwischen dem Äquator und der Oberfläche des Sphäroides liegenden Stücken der Normallinien; mithin für die Breite  $AE = \varphi$  (Fig. 24.) im geraden Verhält-

nisse mit  $DE = \sqrt{\frac{m^4}{\cos^2 \varphi + m^2 \sin^2 \varphi}}$ . (7. §. 285.)

Es ist aber  $m$  die halbe kleine,  $1$  die halbe grosse Axe der Ellipse, mithin nach einem bekannten Lehrsatze von der Ellipse, wenn  $e$  die Excentricität bedeutet,

$$\frac{1^2 - m^2}{1^2} = e^2, \quad 1 - e^2 = m^2, \quad \text{also} \quad (11)$$

$$DE^2 = \frac{(1 - e^2)^2}{1 - \sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi - e^2 \sin^2 \varphi} = \frac{(1 - e^2)^2}{1 - e^2 \sin^2 \varphi} \quad (12)$$

und die andere Normallinie  $= H$  (8. §. 285.) gesetzt,

$$H^2 = \frac{(1 - e^2)^2}{1 - e^2 \sin^2 \psi}, \quad \text{mithin}$$

$$DE : H = \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \psi)} : \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)},$$

also die Schwere unter der Breite  $\varphi$  zur Schwere unter dem Äquator oder

$$g : g' = 1 : \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)}, \quad \text{und}$$

$$g = \frac{g'}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)}}$$

$$= g' \left( 1 + \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} e^4 \sin^4 \varphi + \dots \right)$$

$$= g' \left( 1 + \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right),$$



weil  $e$  ein kleiner Bruch ist. Also ist die Zunahme der Schwere dem Quadrate des Sinus der Breite nahe proportional.

## §. 292.

**Aufgabe.** Aus korrigirten Beobachtungen der Pendellängen unter zwei verschiedenen Breiten die Abplattung der Erde in der Voraussetzung zu finden, dass diese gleichförmig dicht sey.

**Auflösung.** Heisst die Pendellänge unter dem Äquator  $A$ , die Zunahme derselben vom Äquator zum Pole  $B$ ; sind ferner die unter den Breiten  $\varphi$  und  $\psi$  gemessenen Pendellängen  $l$  und  $L$ ; so ist gemäss der vorigen zwei §§.

$$l = A + B \sin^2 \varphi$$

$$L = A + B \sin^2 \psi, \text{ also}$$

$$B = \frac{L - l}{\sin(\psi + \varphi) \sin(\psi - \varphi)}.$$

Ist dadurch  $B$  bekannt, so kann aus jeder Gleichung auch  $A$  gefunden werden. Zugleich ist einleuchtend, dass die Abplattung desto grösser ist, je bedeutender die Schwere nach den Polen hin zunimmt, und je geringer dieselbe unter dem Äquator, d. h. je grösser  $B$  und je kleiner  $A$  ist. Mithin hat man die Abplattung  $\alpha = \frac{B}{A}$ , welcher Bruch in Theilen der Pendellänge auch die Zunahme der Schwere vom Äquator zum Pole ausdrückt, wenn  $A = 1$  gesetzt wird.

## §. 293.

**Zusatz.** La Place beweiset in seiner *Mécanique céleste* Tom. II. N°. 34., dass bei einem um seine Axe rotirenden elliptischen Sphäroide, das aus Schichten von ungleicher, von der Oberfläche nach dem Centrum zunehmender, Dichtigkeit besteht, die Zunahme der Schwere am Pole nebst der Abplattung gleich ist dem 2,5 fachen



des Verhältnisses der Schwungkraft unter dem Äqua-  
tor zur Schwere, oder dass

$$\frac{B}{A} + \alpha = 2,5 \cdot \frac{1}{289,9} \text{ und mithin}$$

$$\alpha = 0,00862 - \frac{B}{A}.$$

### §. 294.

**Beispiel.** Unter allen mit Pendeln für diesen Zweck  
angestellten Versuchen sind, dem Orte nach, am entfern-  
testen von einander und die Pendellängen in englischen  
Zollen ausgedrückt:

St. Thomas (Sabine) 39'', 02074      unter 0° 24' 41''

Spitzbergen (Sabine) 39 , 21469      unter 79 49 58

es ist demnach  $L - l = 0 , 19395$ ,  $\psi + \varphi = 80 \ 14 \ 39$

$\psi - \varphi = 79 \ 25 \ 17$ .

$\log 0,19395 = 9 , 2876898$

$-\log \sin 80^\circ 14' 39'' = -9 , 9936741$

$-\log \sin 79 \ 25 \ 17 = -9 , 9925563$

$9 , 3014594 = \log 0,200198 = \log B$ .

$2 \log \sin 0^\circ 24' 41'' = 5,7122524$

$\log B = 9,3014594$

$0,0137118 - 5 = \log 0,00001032 =$   
 $\log (B \sin^2 \varphi).$

$A = 39', 02074 - 0,00001032 = 39', 02073$ .

$2 \log \sin 79^\circ 49' 58'' = 9,9862520$

$\log B = 9,3014594$

$9,2877114 = \log 0,19396 =$   
 $\log (B \sin^2 \psi).$

$A = 39', 21469 - 0,19396 = 39', 02073$ .

$\log B = \log 0,200198 = 9,3014594$

$\log A = \log 39', 02073 = 1,5912954$

$0,7101640 - 3 = \log 0,0051306$

$0,00862 - 0,005131 = 0,00349 = \frac{1}{286,5}$



## §. 295.

**Zusatz.** Im §. 288. wurde die Abplattung  $= \frac{1}{290,4}$  gefunden; das Mittel aus  $\frac{1}{290,4}$  und  $\frac{1}{286,5}$  ist  $\frac{1}{288,4}$ , mithin sehr nahe der genauesten Bestimmung  $= \frac{1}{289,1}$ , welche durch eine kritische und umständliche Berechnung aller Pendelbeobachtungen gefunden worden ist, und dem Resultate aus Breitengradmessungen darum vorzuziehen ist, weil jene noch feiner sind als geodätische Messungen.

## §. 296.

**Aufgabe.** Den halben Durchmesser der Erde zu finden.

**Auflösung.** Gemäss der Natur der Ellipse ist der Krümmungshalbmesser für den Punkt E (Fig. 24.) oder

$$EF : DE = DE^2 : \left( \frac{m^2}{a} \right)^2, \text{ oder}$$

$$R = \frac{a^2 DE^3}{m^4},$$

wenn man den gesuchten Halbmesser, der bisher durch 1 ausgedrückt worden war, jetzt mit  $a$  bezeichnet. Dann

ist auch (11. im §. 291.)  $\frac{a^2 - m^2}{a^2} = e^2$  und  $a^2 - a^2 e^2 = m^2$ , folglich aus (12.)

$$DE = \frac{1 - \frac{a^2 - m^2}{a^2}}{\left( 1 - \frac{a^2 - m^2}{a^2} \sin^2 \varphi \right)^{1/2}}$$

$$\begin{aligned} DE &= \frac{m^2}{\sqrt{(a - (a^2 - m^2) \sin^2 \varphi)}} \\ &= \frac{m^2}{\sqrt{(a^2 - a^2 \sin^2 \varphi + a^2 \sin^2 \varphi - a^2 e^2 \sin^2 \varphi)}} \end{aligned}$$



$$DE = \frac{m^2}{a \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)}}$$

$$DE^3 = \frac{m^6}{a^3 \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^3}}$$

$$R = \frac{m^2}{a \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^3}}$$

Es ist aber nach der Natur des Kreises für einen gegebenen Bogen  $G$  der Umfang  $2r\pi = 360 G$  und

$$r = \frac{180 G}{\pi}, \text{ also auch}$$

$$\frac{m^2}{a} = \frac{180 G}{\pi} \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^3}$$

$$\frac{am^2}{a^2} = \frac{180}{\pi} G \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^3}$$

$$a = \frac{180}{\pi} G \cdot \frac{a^2}{m^2} \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^3}.$$

Aus  $\frac{a^2 - m^2}{a^2} = e^2$  erhält man auch  $1 - \frac{m^2}{a^2} = e^2$ .

$$\text{Es ist aber } 1 - \frac{m}{a} = \frac{1}{289,1}$$

$$1 + \frac{m}{a} = 2 - \frac{1}{289,1} = \frac{577,2}{289,1}$$

$$e^2 = 1 - \frac{m^2}{a^2} = \left(1 - \frac{m}{a}\right) \left(1 + \frac{m}{a}\right) = \frac{577,2}{83578,81}$$

$$\frac{a^2}{m^2} = \frac{83578,81}{83001,61}$$

Um einen Werth für  $G$  zu haben, nimmt man aus der oben angeführten französischen Gradmessung die Länge eines Grades unter  $45^\circ$  n. B. = 57007 Toisen, und hier-nach ist

$$2 \log \sin 45^\circ = 9,6989700$$

$$\log e^2 = 0,8392301 - 3$$

$$0,5382001 - 3 = \log 0,003453028$$



$$\frac{1}{2} \log(1 - e^2 \sin 45^\circ) = 0,9977465 - 1$$

$$\log \frac{a^2}{b^2} = 0,0030096$$

$$\log 57007 = 4,7559282$$

$$\log 180 = 2,2552725$$

$$\text{compl. log } \pi = 9,5028501 - 10$$

$$\log a = 6,5148069 - 10 = \log 3271952 \text{ Toisen.}$$

## §. 297.

**Zusatz.** Wird mit diesem Halbmesser der Umfang des Äquators berechnet, und angenommen, dass 15 geographische oder deutsche Meilen auf  $1^\circ$  im Äquator gehen; so ist der Äquator = 20558278 Toisen,

$$1^\circ \text{ im Äquator} = 57106,33 \text{ Toisen}$$

$$1 \text{ geograph. Meile} = 3807,09 \text{ Toisen}$$

$$= 22842,54 \text{ Par. Fuss}$$

$$\text{der Durchmesser der } \delta = 1718,834 \text{ Meilen}$$

$$\text{der Umfang der } \delta = 5400,000 \text{ ---}$$

## §. 298.

**Aufgabe.** Die halbe Axe der Erde zu finden.

$$\text{Auflösung. Diese ist } m = 3271952 - \frac{3271952}{289,1} \\ = 3260634 \text{ Toisen.}$$

## §. 299.

**Zusatz.** Um die Oberfläche und den kubischen Inhalt der Erde zu finden, kann man diese als eine Kugel

von Halbmesser  $\frac{a + m}{2}$  betrachten, und findet dann mit genügender Annäherung die Oberfläche =  $4\pi r^2 = 9249868$

Quadrat - und den Inhalt =  $\frac{4}{3}\pi r^3 = 2650686000$  Kubikmeilen.



## §. 300.

**Anmerkung.** Man hat bei folgenden Planeten ebenfalls eine Abplattung an den Polen beobachtet oder berechnet, und zwar ist die grosse Axe zur kleinen bei

der Venus wie 334 : 333

dem Mars 16 : 15

dem Jupiter 14 : 13

dem Saturn 148 : 147.

## §. 301.

**Aufgabe.** Die geographische Länge eines Ortes zu finden.

**Auflösung.** Diess geschieht durch Vergleichung der Zeit. Man beobachtet zu dem Ende an zwei Orten, die unter verschiedenen Meridianen liegen, ein momentanes himmlisches Phänomen, z. B. Stern- und Sonnenbedeckungen, Mondsfinsternisse, Verfinsterungen der Jupiterstrabanten, Distanzen zweier Weltkörper, die nicht beide Fixsterne sind, oder eine momentane irdische Erscheinung, z. B. Pulversignale auf hohen Bergen, und verwandelt den Unterschied der Zeit in Bogen des Äquators.

## §. 302.

**Beispiel.** Am 28. April 1790 wurde gleichzeitig in Paris und Regensburg eine Mondsfinsterniss beobachtet.

|                     |                            |        |
|---------------------|----------------------------|--------|
| Anfang.             | P. 10 <sup>h</sup> 19' 46" | 39' 0" |
|                     | R. 10 58 46                |        |
| Totale Finsterniss. | P. 11 15 52                | 39 10  |
|                     | R. 11 55 2                 |        |
| Erster Austritt.    | P. 12 53 25                | 39 1   |
|                     | R. 13 32 26                |        |

---

Mittel der Unterschiede 39' 3".



## §. 303.

Anmerkung. Nach genauern Beobachtungen ist die Länge von Regensburg in Zeit  $39' 4''$  und im Bogen  $9^\circ 46' 0''$  östlich vom Meridiane des grossen Observatoriums zu Paris.

## §. 304.

Anmerkung. Man hat auch versucht, die Gestalt und Grösse der Erde durch Gradmessungen auf verschiedenen Parallelkreisen (Längenmessungen) zu bestimmen. Allein es ist ungleich schwieriger, den Längenunterschied der Endpunkte solcher gemessenen Bogen scharf anzugeben, als die Bestimmung der Polhöhen bei gemessenen Breitengraden.

## §. 305.

Erklärung. Ein Auge im Mittelpunkte C (Fig. 25.) der Erde, welche wir für eine Kugel annehmen, würde einen Himmelskörper L nach einer andern Richtung sehen, als ein Auge auf der Oberfläche der Erde in A. Der Winkel ALC heisst die Parallaxe des Himmelskörpers L. — Wenn der Himmelskörper gerade im scheinbaren Horizonte des Beobachters auf der Oberfläche, d. i. in H steht, so nennt man den Winkel AHC die Horizontalparallaxe. Für jeden andern Stand heisst sie Höhenparallaxe.

## §. 306.

Lehrsatz. Der Sinus der Horizontalparallaxe verhält sich zum Sinus der Höhenparallaxe, wie der Sinus totus zum Sinus der scheinbaren Zenithdistanz.

Beweis. Es ist im Dreiecke

$$ALC, CL : CA = \sin CAL : \sin CLA$$

$$AHC, CH : CA = \sin \text{tot} : \sin CHA.$$

Ist nun  $CL = CH$ , so ist

$$\sin CAL : \sin CLA = \sin \text{tot} : \sin CHA$$

$$\text{oder } \sin CHA : \sin CLA = \sin \text{tot} : \sin CAL \\ = \sin \text{tot} : \sin ZAL.$$



## §. 307.

**Zusatz.** Folglich kann aus der Horizontalparallaxe, wenn sie einmal bekannt ist, die Höhenparallaxe für jeden Abstand vom Zenithe gefunden werden. Es ist nämlich

$$\sin \text{CLA} = \frac{\sin \text{CHA} \cdot \sin \text{ZAL}}{\sin \text{tot}}.$$

## §. 308.

**Zusatz.** Weil in der obigen Proportion (§. 307.)  $\sin \text{CHA}$  und  $\sin \text{tot}$  konstante Grössen sind, so verhalten sich die Sinus der Höhenparallaxen wie die Sinus der Zenithdistanzen. Die Höhenparallaxe wird also desto grösser oder kleiner, je grösser oder kleiner der Abstand vom Zenithe ist. Im Zenithe selbst ist sie Null, im Horizonte am grössten.

## §. 309.

**Zusatz.** Durch die Parallaxe wird die Höhe eines Körpers kleiner, und die Zenithdistanz grösser, als sie, aus dem Mittelpunkte der Erde betrachtet, seyn würde. Mithin erscheint die Parallaxe bei astronomischen Höhenbestimmungen als positive, und bei Beobachtungen der Zenithdistanzen als negative Korrektion. Sie hat auch Einfluss auf die Rektascension und Deklination, Länge und Breite der Gestirne.

## §. 310.

**Aufgabe.** Aus der Horizontalparallaxe und wahren Zenithdistanz eines Himmelskörpers seine Höhenparallaxe zu finden.

**Auflösung.** Es sey die Horizontalparallaxe =  $P$ , die Höhenparallaxe =  $p$ , die wahre Zenithdistanz =  $d$ ; so ist die scheinbare  $D = p + d$ ; also für  $\sin \text{tot} = 1$ ,  $\sin p = \sin P \cdot \sin D = \sin P \cdot \sin (p + d)$

$$\begin{aligned} &= \sin P \cdot \sin d \cdot \cos p + \sin P \cdot \cos d \cdot \sin p \\ \frac{\sin p}{\cos p} &= \frac{\sin P \cdot \sin d \cdot \cos p + \sin P \cdot \cos d \cdot \sin p}{\cos p} \end{aligned}$$



$$\operatorname{tg} p = \sin P (\sin d + \operatorname{tg} p \cdot \cos d)$$

$$= \frac{\sin P \cdot \sin d}{1 - \sin P \cdot \cos d}$$

$$p = \frac{\sin P \cdot \sin d}{\sin 1''} + \frac{\sin P^2 \cdot \sin 2d}{\sin 2''} \\ + \frac{\sin P^3 \sin 3d}{\sin 3''} + \dots$$

Hier dient die Division durch  $\sin 1''$ ,  $\sin 2''$  u. s. w. dazu, die  $\sin P$  in Kreisbogen zu verwandeln. Will man den Werth von  $p$  nur bis  $0''$ , 1 genau haben, so genügen die beiden ersten Glieder der Reihe.

### §. 311.

**Aufgabe.** Die Horizontalparallaxe eines Planeten zu finden.

**Auflösung.** Man wähle zwei Orte A und B (Fig. 25.) auf der Erde, die unter Einem Meridiane liegen, deren geographische Breite bekannt und beträchtlich verschieden ist. Aus beiden Orten beobachte man, wenn der Planet L in den Meridian kömmt, den Abstand des Planeten vom Zenithe. Man hat demnach den Winkel

ACB = Unterschied der geographischen Breite,

$\left. \begin{array}{l} \text{ZAL} = a \\ \text{LBH} = b \end{array} \right\}$  Abstände des Planeten vom Zenithe,

$\left. \begin{array}{l} \text{LAC} \\ \text{LBC} \end{array} \right\}$  als die Nebenwinkel der vorigen,

und daher ist im Vierecke ACBL auch der Winkel ALB als die Summe der beiden Höhenparallaxen bekannt. Setzt man nun  $\text{ALC} = p$ ,  $\text{BLC} = q$ , und die Horizontalparallaxe  $\text{AHC} = \Pi$ , so ist

$$1 : \sin \text{ZAL} = \sin \text{AHC} : \sin \text{ALC} (\S. 306.)$$

$$1 : \sin \text{LBH} = \sin \text{AHC} : \sin \text{BLC}, \text{ oder}$$

$$1 : \sin a = \sin \Pi : \sin p$$

$$1 : \sin b = \sin \Pi : \sin q,$$



und weil  $p, q, b$  immer so kleine Winkel sind, dass sie sich wie ihre Sinus verhalten, so kann man setzen

$$1 : \sin a = \Pi : p \quad | \quad p = \Pi \cdot \sin a$$

$$1 : \sin b = \Pi : q \quad | \quad q = \Pi \cdot \sin b$$

$$p + q = \Pi (\sin a + \sin b)$$

$$\Pi = \frac{p + q}{\sin a + \sin b}$$

§. 312.

**Zusatz.** Liegen beide Orte nicht genau unter, sondern nur nahe an Einem Meridiane; so beobachtet man in dem einen Orte längere Zeit hindurch, wie viel sich die Zenithdistanz des Planeten in 24<sup>h</sup> ändere, berechnet hieraus diese Änderung für den Meridianunterschied, d. h. den Winkel IBL, und hat dann  $HBL = HBI + IBL$ .

§. 313.

**Zusatz.** Liegen A und B auf einerlei Seite von CL, so ist  $\Pi = \frac{p - q}{\sin a - \sin b}$ .

§. 314.

**Zusatz.** Wenn die geographische Breite nicht sicher genug bekannt ist, so kann der Winkel ALB auch so gefunden werden, dass man die Entfernung des Planeten von einem Fixsterne F beobachtet, der mit ihm zugleich in den Meridian kömmt. Es ist nämlich, wenn der Fixstern aus A und B auf verschiedenen Seiten des Planeten gesehen wird,  $LAF + LBF = ALB$ . Wird aber der Fixstern aus beiden Standpunkten auf einerlei Seite des Planeten gesehen, z. B. nach Z hin; so wäre  $ALB = LAF - LBF$ , wie leicht erhellt, wenn man die Figur für diesen Fall entwirft.

§. 315.

**Beispiel.** Im Jahre 1751 am 6. Oktober Abends um 10 Uhr 30 Minuten beobachteten Wargent in



Stockholm und de la Caille am Vorgebirge der guten Hoffnung die Parallaxe des Mars, nahe bei dessen Opposition. Wargentin fand  $a = 68^\circ 14'$  und den nördlichen Rand des Planeten  $6''$ , 6 südlicher als den Stern  $\lambda$  im Wassermanne. De la Caille fand  $b = 25^\circ 2'$  und jenen Rand  $26''$ , 7 nördlicher als  $\lambda$  im Wassermanne. Also war  $ALB = 6, 6 + 26, 7 = 33'', 3$ ; folglich

$$II = \frac{33, 3}{\sin 68^\circ 14' + \sin 25^\circ 2'} = 24'', 63.$$

§. 316.

**Lehrsatz.** Die Horizontalparallaxen verschiedener Planeten, oder auch eines Planeten in verschiedenen Entfernungen, verhalten sich umgekehrt wie die Entfernungen.

**Beweis.** Eines Planeten Horizontalparallaxe sey APC, eines andern AHC; also für  $\sin \text{tot} = 1$ ,

$$CP : CA = 1 : \sin APC$$

$$CA : CH = \sin AHC : 1$$

---


$$CP : CH = \sin AHC : \sin APC.$$

§. 317.

**Zusatz.** Wenn man nun die Horizontalparallaxe eines Planeten nach §. 311., und die Verhältnisse der Entfernungen nach §. 257. gefunden hat; so kann man die Parallaxe eines andern Planeten aus §. 316. berechnen.

§. 318.

**Aufgabe.** Die Horizontalparallaxe der Sonne aus den Beobachtungen der Durchgänge der Venus durch die Sonnenscheibe zu finden.

**Auflösung.** Es seyen TS und TV (Fig. 26.) zwei Linien, welche den Mittelpunkt T der Erde mit dem Mittelpunkte S der Sonne und dem V der Venus verbinden. Nennt man  $m$  den scheinbaren Halbmesser der Venus



und  $p$  ihre Horizontalparallaxe,  $\mu$  und  $\pi$  aber dasselbe für die Sonne; so sieht man in  $T$  den Eintritt der Erde in den östlichen Sonnenrand, wenn der Winkel  $STV = \mu + m$  ist. Wenn aber das Auge im östlichsten Punkte  $b$  ist, so wird  $V$  und  $S$  wegen der Parallaxe nach Westen zu rücken scheinen, und zwar Venus um  $p$  und die Sonne um  $\pi$ . Da aber  $p$  beträchtlich grösser als  $\pi$  ist, so wird die Venus in Beziehung auf die ruhend angenommene Sonne um  $p - \pi$  gegen Westen zu rücken, also in die Sonne einzutreten scheinen, so dass dem Auge in  $b$  die Erde schon um  $p - \pi$  in der Sonne zu stehen scheint, wenn in  $T$  erst der Eintritt beobachtet wird. Der Ort  $b$  wird also den Eintritt sehen, wenn die geocentrische Entfernung beider Ränder noch  $p - \pi$ , also die geocentrische Entfernung der beiden Mittelpunkte oder  $A = (\mu + m) + (p - \pi)$  ist, und dieser Ort sieht den Eintritt zuerst und bei Sonnenuntergang. Wäre hingegen das Auge von  $T$  nach  $a$  gerückt, so würde sich für diesen westlichsten Ort die Venus um  $p - \pi$  nach Osten entfernen, und mithin für  $a$  zuletzt bei Sonnenaufgang der Eintritt der Venus in die Sonne erst dann erfolgen, wenn für  $T$  die Venus schon um  $p - \pi$  in die Sonne eingerückt ist, d. h. wenn die geocentrische Entfernung der beiden Mittelpunkte oder  $B = (\mu + m) - (p - \pi)$  ist. Es ist nun  $A - B = 2(p - \pi)$ . Daher ist der Zeitunterschied  $\tau$  zwischen beiden Beobachtungen die Zeit, welche die Erde braucht, um sich der Sonne durch den Raum  $2(p - \pi)$  zu nähern. Es bestimmen also zwei weit von einander entfernte Beobachter den Zeitunterschied  $\tau$ , verwandeln ihn mit Hülfe der bekannten Geschwindigkeit der Venus (z. B.  $234''$  in  $1^h$  in der untern Konjunktion) in Raumsekunden, halbiren ihn, und haben dann  $p - \pi = \alpha$ . Durch das dritte keplerische Gesetz findet man auch das Verhältniss der Entfernungen beider Gestirne, oder, was dasselbe ist, das Verhältniss  $\frac{p}{\pi} = \beta$  ihrer Parallaxen.



$$\text{Ist nun } \frac{p}{\pi} = \beta$$

$$p - \pi = \alpha,$$

$$\text{so ist auch } p = \beta\pi$$

$$p = \alpha + \pi,$$

$$\text{also } \beta\pi = \alpha + \pi$$

$$\beta\pi - \pi = \alpha$$

$$\pi(\beta - 1) = \alpha$$

$$\pi = \frac{\alpha}{\beta - 1}, \quad p = \beta\pi.$$

### §. 319.

**Beispiel.** Im Jahre 1769 am 3. Junius wurde der Durchgang der Venus zu Cajenneburg in Finnland von den Schweden und gleichzeitig von den Engländern auf der Insel Otaheiti in der Südsee beobachtet. Daraus er-

gab sich  $\alpha = 21'', 5425$ ,  $\beta = \frac{1, 01515}{0, 28896} = 3, 5131$ ,  
 $\pi = 8'', 5721$ ,  $p = 30'', 1146$ . Um hieraus die Horizontalparallaxe der Sonne für ihre mittlere Entfernung = 1 von der Erde zu finden, setzt man  $1 : 1, 01515 = 8, 5721 : x$ , und erhält so  $x = 8'', 7$ . Neuere Berechnungen geben  $x = 8'', 5$ .

### §. 320.

**Aufgabe.** Die Entfernung eines Weltkörpers vom Mittelpunkte der Erde zu finden.

**Auflösung.** Man suche die Horizontalparallaxe  $\Pi$  (§. 311. 312. 316.). Aus dieser und aus dem bekannten Halbmesser  $r$  der Erde (§. 302.) findet sich die gesuchte Entfernung =  $b$  durch die Proportion (Fig. 25.)

$$\sin AHC : \sin CAH = AC : CH$$

$$\sin \Pi : \sin \text{tot} = r : b$$

$$b = \frac{r \cdot \sin \text{tot}}{\sin \Pi}$$



## §. 321.

Beispiel. Für die Sonne sey  $\Pi = 8'', 5$ , so hat man  $\log \sin \text{ tot} = 10$

$$\begin{array}{rcl}
 \log 859, 5 & = & 2, 9342459 \\
 & & \underline{12, 9342459} \\
 \text{tog } \sin 8'', 5 & = & 4, 6142912 \\
 & & \underline{7, 3199547} = \log 20891000 \text{ ge-} \\
 & & \text{graph. Meilen.} \\
 & & = \log \text{ d. mittl. Entf.} \\
 & & \text{d. } \odot \text{ v. d. } \odot.
 \end{array}$$

## §. 322.

Anmerkung. Bei Fixsternen ist keine Parallaxe, selbst nicht einmal der Erdbahn; die Erde mag wo immer in ihrer Bahn seyn, so ändert diess nichts in der Lage der Sterne gegen einander. Mithin kann auch die Entfernung der Fixsterne nicht einmal ungefähr bestimmt werden. Ihre Entfernung von der Erde ist unermesslich.

## §. 323.

Aufgabe. Die Excentricität der Erdbahn und die grösste und kleinste Entfernung der Erde von der Sonne in geographischen Meilen zu finden.

Auflösung. Da die Excentricität die positive oder negative Differenz der grössten oder kleinsten Entfernung und der mittlern d. i. der halben grossen Axe ist, so wird mittelst der Excentricität der Erdbahn in §. 266. und der so eben gefundenen halben grossen Axe derselben die Excentricität  $= 20891000. 0, 01679 = 350760$  geographischen Meilen berechnet; wird hieraus die grösste Entfernung  $= 20891000 + 350760 = 21241760$  die kleinste Entfernung  $= 20891000 - 350760 = 20540240$  geographischen Meilen gefunden.

## §. 324.

Aufgabe. Die mittlern Entfernungen der andern Planeten von der Sonne in geographischen Meilen zu finden.



**Auflösung.** Diese erhält man mittelst des Gesetzes: die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten sich wie die Würfel der mittlern Entfernungen, indem immer drei Glieder, nämlich die Umlaufszeit der Erde, ihre mittlere Entfernung von der Sonne und die Umlaufszeit des Planeten, dessen mittlere Entfernung man sucht, gegeben sind.

§. 325.

**Zusatz.** Hat man die mittlere Entfernung eines Planeten von der Sonne in geographischen Meilen gefunden, so findet man auf die in §. 322. für die Erde beschriebene Weise seine Excentricität, die grösste und kleinste Entfernung von der Sonne im nämlichen Masse, oder, wenn man den Sonnenhalbmesser gefunden haben wird, auch in Sonnenhalbmessern.

§. 326.

**Aufgabe.** Die Entfernung der Planeten von der Erde in den Konjunktionen oder Oppositionen mit der Sonne zu finden.

**Auflösung.** In der obern Konjunktion eines untern und der Konjunktion eines obern Planeten mit der Sonne findet die grösste der gesuchten Entfernungen statt, wann der Planet und die Erde in der Sonnenferne sind; die kleinste, wann beide Himmelskörper in der Sonnennähe sind; die mittlere, wann sie sich in ihren mittlern Entfernungen von der Sonne befinden. In der Opposition eines obern Planeten findet der grösste Abstand zwischen der Erde und dem Planeten statt, wann jene in der Sonnenferne, dieser in der Sonnennähe ist, und die kleinste, wann das Gegentheil statt findet; in der untern Konjunktion eines untern Planeten hingegen das Maximum, wann dieser in der Sonnennähe und die Erde in der Sonnenferne ist; das Minimum, wann dieser in der Sonnenferne und die Erde in der Sonnennähe ist. Die mittlern Abstände der Planeten von der Erde ergeben sich wieder aus den mittlern Distanzen derselben von der Sonne.



## Himmelskörper.

in geograph. Meilen, eine = 3807 $\frac{1}{2}$ , 09.

Kleinste.

Mittlere.

Grösste.

## Entfernungen von der Sonne

in Sonnenhalbmessern.

Kleinste.

Mittlere.

Grösste.

Excentricität  
der Bahnenin Halb-  
messern

Meilen.

der Sonne.

|   | Kleinste.   | Mittlere.   | Grösste.    | Kleinste. | Mittlere. | Grösste. | in Halb-<br>messern |
|---|-------------|-------------|-------------|-----------|-----------|----------|---------------------|
| ♂ | 7' 412600   | 8' 082100   | 9' 751700   | 66, 47    | 83, 68    | 100, 88  | 669500 17, 20       |
| ♀ | 14' 998600  | 15' 102300  | 15' 205900  | 155, 28   | 156, 36   | 157, 43  | 103700 1, 07        |
| ♂ | 20' 540240  | 20' 891000  | 21' 241760  | 212, 54   | 216, 17   | 219, 80  | 350760 3, 63        |
| ♂ | 28' 847300  | 31' 812800  | 34' 778300  | 298, 67   | 329, 37   | 360, 07  | 2' 965500 30, 70    |
| ♂ | 44' 932700  | 49' 319000  | 53' 705400  | 465, 22   | 510, 63   | 556, 04  | 4' 386306 45, 41    |
| ♂ | 41' 572200  | 55' 754000  | 69' 935800  | 430, 42   | 577, 25   | 724, 08  | 14' 181800 146, 83  |
| ♀ | 53' 235200  | 57' 776600  | 62' 318000  | 645, 22   | 598, 20   | 645, 22  | 4' 541400 47, 02    |
| ♂ | 43' 652200  | 57' 797800  | 71' 943400  | 451, 97   | 598, 42   | 744, 87  | 14' 145600 146, 45  |
| ♂ | 103' 361900 | 108' 593700 | 113' 825600 | 1070, 13  | 1124, 30  | 1178, 47 | 5' 231800 54, 17    |
| ♂ | 187' 952400 | 199' 137600 | 210' 322822 | 1948, 63  | 2061, 80  | 2174, 97 | 11' 185200 113, 17  |
| ♂ | 381' 828300 | 400' 521000 | 419' 212900 | 3953, 27  | 4146, 80  | 4340, 35 | 18' 692700 193, 53  |



## Entfernung von der ☿ in Millionen geogr. Meilen

| Himmels-<br>körper. | in der obern ☿. |                  |                 | in der ☿ oder untern ☿. |                 |                |
|---------------------|-----------------|------------------|-----------------|-------------------------|-----------------|----------------|
|                     | Grösste.        | Mittlere.        | Kleinste.       | Grösste.                | Mittlere.       | Kleinste.      |
| ☿                   | 30              | 28               | 27              | 14                      | 12              | 11             |
| ♀                   | 35              | $34\frac{7}{10}$ | $34\frac{1}{4}$ | 6                       | $5\frac{6}{10}$ | $5\frac{1}{8}$ |
| ♂                   | 54              | 51               | 47              | 14                      | 10              | 7              |
| ♂                   | 72              | 67               | 63              | 32                      | 27              | 23             |
| ♂                   | 88              | 74               | 60              | 48                      | 34              | 19             |
| ♀                   | 81              | 76               | 71              | 40                      | 36              | 31             |
| ♂                   | 90              | 76               | 62              | 50                      | 36              | 21             |
| ♂                   | 130             | 125              | 120             | 90                      | 85              | 79             |
| ♂                   | 223             | 212              | 201             | 183                     | 172             | 161            |
| ♂                   | 424             | 406              | 388             | 385                     | 366             | 348            |

## §. 327.

**Beispiel.** Es ist in Millionen geographischer Meilen  
 die grösste Entfernung des Merkurs von der Sonne = 9,  
 die grösste Entfernung der Erde von der Sonne = 21,  
 also in der obern Konjunktion  
 die grösste Entfernung der Erde vom Merkur = 30.  
 Die mittlere Entfernung des Merkurs von der Sonne = 8,  
 die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne = 20,  
 also in der obern Konjunktion  
 die mittlere Entfernung der Erde vom Merkur = 28.  
 Die kleinste Entfernung des Merkurs von der Sonne = 7,  
 die kleinste Entfernung der Erde von der Sonne = 20,  
 also in der obern Konjunktion  
 die kleinste Entfernung der Erde vom Merkur = 27.



Die kleinste Entfernung des Merkurs von der Sonne = 7,  
 die grösste Entfernung der Erde von der Sonne = 21,  
 also in der untern Konjunktion

die grösste Entfernung der Erde vom Merkur = 14.

Die mittlere Entfernung des Merkurs von der Sonne = 8,  
 die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne = 20,  
 also in der untern Konjunktion

die mittlere Entfernung der Erde von dem Merkur = 12.

Die grösste Entfernung des Merkurs von der Sonne = 9,  
 die kleinste Entfernung der Erde von der Sonne = 20,  
 also in der untern Konjunktion

die kleinste Entfernung der Erde vom Merkur = 11.

§. 328.

**Aufgabe.** Den wahren Durchmesser der Sonne zu finden.

**Auflösung.** Der scheinbare Durchmesser der Sonne in der mittlern Entfernung von der Erde ist  $32' 3''$ , 5 =  $1923''$ , 5 und die Horizontalparallaxe der Sonne ist  $8''$ , 5; mithin der aus dem Mittelpunkte der Sonne betrachtete Durchmesser der Erde =  $17''$ . Da sich nun bei gleichen Entfernungen die scheinbaren Durchmesser wie die wahren verhalten, so hat man

$$17 : 1923, 5 = 1 : 113, 15$$

$$17 : 1923, 5 = 1719 : 194488 \text{ geogr. Meilen.}$$

§. 329.

**Zusatz.** Ist  $d$  der wahre und  $\delta$  der scheinbare Durchmesser eines Himmelskörpers,  $\pi$  seine Horizontalparallaxe,  $r$  der Radius der Erde; so hat man

$$2\pi : \delta = 2r : d$$

$$d = \frac{\delta r}{\pi}.$$

§. 330.

**Aufgabe.** Die scheinbaren Durchmesser der Planeten in der Voraussetzung zu finden, dass sie gerade so



weit von der Sonne entfernt seyen, als die mittlere Entfernung der Erde von derselben beträgt.

**Auflösung.** Da sich die scheinbaren Durchmesser umgekehrt wie die Entfernungen verhalten, und für die grössten oder kleinsten Entfernungen der Planeten von der Erde bekannt sind; so hat man: grösste Entfernung des Planeten von der Erde zur mittlern Entfernung der Erde von der Sonne, wie kleinster scheinbarer Durchmesser des Planeten zur gesuchten Grösse.

§. 331.

**Zusatz** Da sich die scheinbaren Durchmesser verkehrt wie die Entfernungen verhalten, so ist aus dem Vorigen leicht der scheinbare Diameter der Planeten in ihrer mittlern Entfernung von der Sonne zu finden.

§. 332.

**Anmerkung.** Die in den vorhergehenden vier §§. gesuchten Elemente der Planeten sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

| N a m e n<br>d e r<br>P l a n e t e n. | Scheinbarer Durchmesser                            |                                                     |                                                          |
|----------------------------------------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
|                                        | in der mittlern Entfernung der Sonne von der Erde. | in ihrer mittlern Entfernung von der Sonne gesehen. | der Sonne auf den Planeten in ihrer mittlern Entfernung. |
| Merkur                                 | 6", 0                                              | 15", 5                                              | 4967"                                                    |
| Venus                                  | 16 , 7                                             | 23 , 1                                              | 2658                                                     |
| Erde                                   | 17 , 0                                             | 17 , 0                                              | 1922                                                     |
| Mars                                   | 9 , 9                                              | 6 , 5                                               | 1280                                                     |
| Vesta                                  | 0 , 6                                              | 0 , 2                                               | 815                                                      |
| Juno                                   | 3 , 1                                              | 1 , 1                                               | 721                                                      |
| Ceres                                  | 3 , 5                                              | 1 , 3                                               | 695                                                      |
| Pallas                                 | 4 , 5                                              | 1 , 6                                               | 694                                                      |
| Jupiter                                | 198 , 7                                            | 38 , 2                                              | 370                                                      |
| Saturn                                 | 163 , 1                                            | 17 , 1                                              | 202                                                      |
| Uranus                                 | 74 , 5                                             | 3 , 9                                               | 100                                                      |



**N a m e n**  
**d e r**  
**H i m m e l s k ö r p e r .**

**Wahrer Durchmesser.**

|         | geogr. Meilen |           |          |
|---------|---------------|-----------|----------|
| Sonne   | 194488        | 1         | 113 , 15 |
| Merkur  | 600           | 1<br>318  | 0 , 34   |
| Venus   | 1678          | 1<br>116  | 0 , 95   |
| Erde    | 1719          | 1<br>112  | 1 , 00   |
| Mars    | 1000          | 1<br>200  | 0 , 56   |
| Vesta   | 59            | 1<br>3290 | 0 , 03   |
| Juno    | 308           | 1<br>630  | 0 , 18   |
| Ceres   | 350           | 1<br>550  | 0 , 20   |
| Pallas  | 452           | 1<br>427  | 0 , 26   |
| Jupiter | 19980         | 1<br>10   | 11 , 00  |
| Saturn  | 16290         | 1<br>11   | 9 , 76   |
| Uranus  | 7488          | 1<br>25   | 4 , 23   |

§. 333.

**Aufgabe.** Die Oberflächen und Volumina der Sonne und der Planeten zu finden.

**Auflösung.** Die Oberfläche einer Kugel ist bekanntlich  $= 4\pi r^2$  und ihr körperlicher Inhalt  $= \frac{4}{3}\pi r^3$ , wo  $\pi = 3,1415926 \dots$  ist. Betrachtet man nun die Erde auch als Kugel, so ergeben sich folgende Werthe.



| Namen der<br>Himmelskörper. | O b e r f l ä c h e.  |           |                      | Körperlicher Inhalt. |               |               |
|-----------------------------|-----------------------|-----------|----------------------|----------------------|---------------|---------------|
|                             | geogr. Quadratmeilen. |           |                      | in Mil. Kubikm.      |               |               |
| Sonne                       | 119011545300          | 12823, 00 | $\frac{1}{1}$        | 1458700, 00          | $\frac{1}{1}$ | 32916000      |
| Merkur                      | 1072900               | 0, 12     | $\frac{1}{102700}$   | 104                  | 0, 04         | $\frac{1}{1}$ |
| Venus                       | 8376200               | 0, 90     | $\frac{1}{13600}$    | 2280                 | 0, 85         | 1584000       |
| Erde                        | 9281100               | 1, 00     | $\frac{1}{12823}$    | 2660                 | 1, 00         | $\frac{1}{1}$ |
| Mars                        | 2910600               | 0, 32     | $\frac{1}{37360}$    | 467                  | 0, 18         | 1458700       |
| Vesta                       | 10700                 | 0, 001    | $\frac{1}{10837000}$ | $\frac{1}{10}$       | 0, 00004      | $\frac{1}{1}$ |
| Juno                        | 287500                | 0, 03     | $\frac{1}{395600}$   | 15                   | 0, 005        | 356700000000  |
| Ceres                       | 371200                | 0, 04     | $\frac{1}{305000}$   | 212                  | 0, 008        | 248900000     |
| Pallas                      | 608200                | 0, 07     | $\frac{1}{183000}$   | 45                   | 0, 017        | $\frac{1}{1}$ |
| Jupiter                     | 1124241300            | 121, 12   | $\frac{1}{94}$       | 3500000              | 1333, 1       | 73870000      |
| Saturn                      | 883373000             | 95, 17    | $\frac{1}{139}$      | 2500000              | 928, 5        | $\frac{1}{1}$ |
| Uranus                      | 166066000             | 17, 92    | $\frac{1}{666}$      | 201230               | 75, 85        | 1639          |
|                             |                       |           |                      |                      |               | 17190         |



## §. 334.

**Aufgabe.** Die Massen der Sonne und derjenigen Planeten, welche Monde haben, zu finden.

**Auflösung.** Nennt man  $M$  die Masse eines solchen Planeten,  $D$  die mittlere Entfernung seines Mondes, und  $T$  dessen Umlaufszeit; so ist die Anziehungskraft des ersten

gegen diesen oder  $P = \frac{M}{D^2}$ . Zugleich ist (§. 229.)

$P = \frac{D}{T^2}$ , also  $M = \frac{D^3}{T^2}$ . Da aber jeder Planet als Trabant der Sonne betrachtet werden kann, so gilt diese Formel auch zur Berechnung der Masse der Sonne.

## §. 335.

**Anmerkung.** Die Massen der übrigen Planeten lassen sich nach der von la Place berechneten Formel finden:

$$t^2 (M + m) : T^2 (M + \mu) = d^3 : \delta^3$$

$$\mu = \frac{\delta^3 t^2 (M + m)}{d^3 T^2} - M,$$

wo  $M$  die Masse der Sonne,  $m$  jene der Erde,  $\mu$  jene eines andern Planeten,  $t$  die siderische Umlaufszeit der Erde,  $T$  jene des andern Planeten,  $\delta$  die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne,  $d$  jene des Planeten ist.

## §. 336.

**Aufgabe.** Die mittlere Dichtigkeit der Erde zu finden.

**Auflösung.** Man bestimme den Bogen zwischen zwei Stationen, wovon die eine südlich, die andere nördlich von einem isolirten Berge liegt, mittelst astronomischer Messungen, bei denen man Instrumente mit Lothen gebraucht, und dann mittelst geodätischer Messungen. Die Differenz der zwei Resultate ist die Summe der Anziehungen des Berges nach beiden Seiten hin. Es sey nun (Fig. 27.)  $P = ac$  die Anziehungen der Erde,



und  $p = ab$  jene des Berges,  $\alpha$  die Ablenkung des Lothes auf der einen Seite des Berges; so sieht man leicht ein, dass  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{cd}{ab} = \frac{ab}{ac} = \frac{p}{P}$ , und daher  $p = P \cdot \operatorname{tg} \alpha$  sey. Gehen für die andern Seite des Berges die Grössen  $\alpha$  und  $p$  in  $\alpha'$  und  $p'$  über, so ist auch  $p' = P \cdot \operatorname{tg} \alpha'$ , und also mit Vernachlässigung unbedeutender Grössen  $p + p' = P \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \alpha')$  oder  $P : (p + p') = 1 : \operatorname{tg} (\alpha + \alpha')$ . Bezeichnen nun  $D, d$  die mittlern Dichtigkeiten, und  $V, v$  die Volumina der Erde und des Berges; ist  $r$  der Halbmesser der Erde und  $a$  die Entfernung des Mittelpunktes der Anziehungskräfte im Berge vom Lothe; so hat man

$$\begin{aligned} P : (p + p') &= \frac{DV}{r^2} : \frac{dv}{a^2} = 1 : \operatorname{tg} (\alpha + \alpha') \\ &= \frac{4Dr^3\pi}{r^2} : \frac{dv}{a^2} = 1 : \operatorname{tg} (\alpha + \alpha') \end{aligned}$$

$$D : d = 1 : \frac{4r\pi a^2}{3v} \operatorname{tg} (\alpha + \alpha').$$

In dieser Proportion muss  $d$  aus dem specifischen Gewichte und der Lagerung der Gebirgsarten, aus denen der Berg besteht,  $a$  und  $v$  aber dadurch gefunden werden, dass man den Berg in senkrechte Säulen getheilt denkt, und ihre einzelnen Anziehungen gegen das Loth berechnet, wobei Theile des Berges, die unter dem nicht an seinem Fusse befindlichen Beobachtungsorte liegen, als der ablenkenden Gesamtkraft entgegenwirkend betrachtet werden.

§. 337.

Anmerkung. Gemäss §. 297. ist  $2r\pi = 20558278^t$ , also  $\frac{4r\pi}{3} = 13705519^t$ . Maskelyne und Hutton machten in den Jahren 1774 bis 1776 Messungen und Beobachtungen an dem Berge Shehallien in Schottland, der aus körnigem Quarz, Glimmer, Hornblendschiefer und Kalk-



stein besteht, sehr hoch ist, und eine beträchtliche Ausdehnung von Osten nach Westen, dagegen eine kurze Basis von Norden nach Süden hat. Sie fanden  $(\alpha + \alpha')$

$= 11'', 6$  und  $\frac{v}{a^2} = 1421^t$ , und nach ihren und spätern Untersuchungen ist  $d = 2, 62$ . Da nun

$1 : \operatorname{tg} 11'', 6 = 1 : 0, 000056239 = 17781 : 1$  ist, so hat man

$$D : 2, 62 = 17781 : \frac{13705519}{1421} = 17781 : 9644$$

$$D = \frac{9}{5} \cdot 2, 62 = 4, 71.$$

Das Gewicht der Erde findet man aus der Gleichung  $M = DVR$ , wo  $V$  aus §. 333. genommen wird, und  $R$  das Gewicht einer Kubikmeile der Erde bedeutet. Dieses  $R$  erhält man aus dem 70 avoir du poids Pfund betragenden Gewichte eines Pariser Kubikfusses reinen Wassers, und dem Verhältnisse einer geographischen Längenmeile zu dem Pariser Fuss  $= 22842, 54 : 1$ . So zeigt sich  $M = 10345960$  Trillionen Pfund.

### §. 338.

**Aufgabe.** Die mittlere Dichtigkeit der Sonne und der andern Planeten zu finden.

**Auflösung.** Es ist für jeden dieser Himmelskörper  $D = \frac{M}{V}$ ; die Verhältnisse der Massen sind aus §. 335., und jene der Volumina aus §. 333. bekannt; somit vermag man das Verhältniss der Dichtigkeit der Erde zu jener der Sonne und der andern Planeten aus obiger Gleichung zu berechnen.

Die folgende Tabelle zeigt, dass die Dichte der Sonne nahe gleich ist derjenigen des Eichenholzes, die des Saturns derjenigen des Eschenholzes u. s. w.



| Himmelskörper. | M a s s e n. |                     | Mittlere Dichtigkeit. | Specifisches Gewicht. |
|----------------|--------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|
| ☉              | 351886, 0000 | 1                   | 0, 24                 | 1, 13                 |
| ♂              | 0, 1664      | $\frac{1}{2025800}$ | 2, 40                 | 11, 30                |
| ♀              | 0, 9452      | $\frac{1}{356632}$  | 1, 01                 | 4, 75                 |
| ♂              | 1, 0000      | $\frac{1}{337086}$  | 1, 00                 | 4, 71                 |
| ♂              | 0, 1324      | $\frac{1}{2546320}$ | 0, 66                 | 3, 11                 |
| ♂              | 0, 000078    | —                   | 1, 20                 | 5, 65                 |
| ♂              | 0, 004078    | —                   | 0, 53                 | 2, 50                 |
| ♀              | 0, 007559    | —                   | 0, 16                 | 0, 75                 |
| ♂              | 0, 002815    | —                   | 0, 94                 | 4, 43                 |
| ♂              | 315, 8930    | $\frac{1}{1067}$    | 0, 21                 | 0, 99                 |
| ♂              | 95, 3820     | $\frac{1}{3534}$    | 0, 09                 | 0, 42                 |
| ♂              | 17, 2830     | $\frac{1}{19500}$   | 0, 18                 | 0, 85                 |

## §. 339.

Aufgabe. Den Fallraum eines auf der Sonne oder einem Planeten frei fallenden Körpers in der ersten Sekunde zu finden.

Auflösung. Ist  $m, r, g$  die Masse, der Halbmesser der Erde und die Beschleunigung der Schwere auf derselben;  $M, R, G$  dasselbe für einen andern Himmelskörper; so hat man

$$\frac{g}{2} : \frac{G}{2} = \frac{m}{r^2} : \frac{M}{R^2}, \text{ also die gesuchte Grösse}$$

$$\frac{G}{2} = \frac{gr^2M}{2R^2m}.$$



## §. 340.

**Aufgabe.** Den Fall der Planeten gegen die Sonne in der Bahn in einer Sekunde zu finden.

**Auflösung.** Gemäss §. 225. ist dieser Fall oder  $AF = \frac{AB^2}{2r}$ , wo AB den vom Planeten in einer Sekunde zurückgelegten Bogen seiner Bahn, diese als Kreis gedacht, und r ihren Halbmesser bedeutet.

Die Resultate der zunächst vorhergehenden Formeln sind in der folgenden ersten Tafel zusammengestellt. Die Entwicklung der andern bleibt dem Leser zur Übung oder dem Professor zur mündlichen Erläuterung überlassen.

| Himmelskörper. | Fallraum auf<br>dem Weltkörper in 1". | Fall der Planeten<br>gegen die Sonne in<br>1" in der Bahn. |
|----------------|---------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| Sonne          | 427, 80 P. F.                         |                                                            |
| Merkur         | 15, 65                                | 8, 46 P. L.                                                |
| Venus          | 15, 42                                | 2, 42                                                      |
| Erde           | 15, 10                                | 1, 27                                                      |
| Mars           | 5, 15                                 | 0, 55                                                      |
| Vesta          | 0, 73                                 | 0, 23                                                      |
| Juno           | 2, 13                                 | 0, 18                                                      |
| Ceres          | 2, 85                                 | 0, 17                                                      |
| Pallas         | 0, 64                                 | 0, 16                                                      |
| Jupiter        | 40, 30                                | 0, 047                                                     |
| Saturn         | 15, 15                                | 0, 014                                                     |
| Uranus         | 14, 37                                | 0, 003                                                     |



| Himmelskörper. | Mittlere<br>Geschwindigkeit in 1". |            | Lichtstärke<br>auf<br>den Planeten. |
|----------------|------------------------------------|------------|-------------------------------------|
|                | geogr. Meilen.                     | Par. Fuss. |                                     |
| Sonne          |                                    |            |                                     |
| Merkur         | 6, 67                              | 152448     | 6                                   |
| Venus          | 4, 88                              | 111525     | 2                                   |
| Erde           | 4, 66                              | 94850      | 1                                   |
| Mars           | 3, 36                              | 76840      | <u>1</u><br>2                       |
| Vesta,         | 2, 70                              | 61700      | <u>1</u><br>6                       |
| Juno           | 2, 60                              | 58040      | <u>1</u><br>7                       |
| Ceres          | 2, 50                              | 57020      | <u>1</u><br>8                       |
| Pallas         | 2, 50                              | 57000      | <u>1</u><br>8                       |
| Jupiter        | 1, 74                              | 41590      | <u>1</u><br>27                      |
| Saturn         | 1, 34                              | 30710      | <u>1</u><br>90                      |
| Uranus         | 1, 00                              | 21650      | <u>1</u><br>369                     |



| Planeten. | Wahre Geschwindigkeit in 1'' |                     | Wurfgeschwindigkeit. | Fall der Planeten zur ☉ im Radius der Bahn |                                 |
|-----------|------------------------------|---------------------|----------------------|--------------------------------------------|---------------------------------|
|           | in der Sonnennähe.           | in der Sonnenferne. |                      | in 1'.                                     | Dauer des Falles.               |
| ♂         | 185464 P. F.                 | 122229 P. F.        | 150563 P. F.         | 222, 25 P. F.                              | 19 <sup>d</sup> 15 <sup>h</sup> |
| ♀         | 110901                       | 109392              | 110144               | 64, 00                                     | 50 4                            |
| ♂         | 95261                        | 92117               | 93676                | 33, 33                                     | 81 14                           |
| ♂         | 83319                        | 69122               | 75889                | 14, 25                                     | 153 11                          |
| ♂         | 43101                        | 39139               | 41072                | 1, 25                                      | 968 6                           |
| ♂         | 33087                        | 28674               | 30332                | 0, 33                                      | 2403 17                         |
| ♂         | 22411                        | 20412               | 21388                | 0, 09                                      | 6855 8                          |



## §. 341.

**Aufgabe.** Es sey aus irgend einer Beobachtung bekannt, dass am ersten Januar 1829 im Augenblicke des mittlern Mittages von Regensburg die heliocentrische Länge der Erde =  $100^{\circ}, 05$  sey; die Länge der Erde für den 23. Aug. 1831 im mittl. Mittage von Regensburg zu finden.

**Auflösung.** Man hat für den 1. Jan. 1831  $100^{\circ}, 050$   
Bewegung in drei gemeinen Jahren =

|                                        |           |
|----------------------------------------|-----------|
| $(3 \cdot 359, 76115) - (2 \cdot 360)$ | 359 , 283 |
| Bewegung in 235 Tagen                  | 231 , 625 |

|                                              |            |
|----------------------------------------------|------------|
|                                              | 690 , 958  |
| gesuchte Länge der Erde = $690, 958 - 360 =$ | 330 , 958. |

## §. 342.

**Zusatz.** Vermehrt man diese heliocentrische Länge der Erde um  $180^{\circ}$ , so erhält man  $330, 958 + 180 - 360 = 150^{\circ}, 958$  als die geocentrische Länge der Sonne.

## §. 343.

**Anmerkung.** Diese an sich sehr einfache Rechnung wird durch die folgende Tafel abgekürzt, welche auch zur Auflösung anderer Aufgaben dient. Allein bei ihrem Gebrauche ist zu bemerken, dass in den ersten zwei Monaten eines Schaltjahres (in welchem sich die Erde durch  $360^{\circ}, 7468$  bewegt) der gegebene Tag vorerst um 1 vermindert, und, will man sie für einen andern Ort gebrauchen, die im §. 145 erläuterte Verbesserung  $\pm 0', 163 \cdot D^h$ , nachdem man sie in Bogen verwandelt hat, der Epoche beigefügt werden muss. In die zwei vertikalen Spalten, welche die Deklination  $\delta$  der Sonne und die Reduktion  $\vartheta$  der Länge auf den Äquator, d. h. die Grösse enthalten, welche zu der wahren Sonnenlänge  $\lambda$  gesetzt, die Rektascension  $\alpha$  der Sonne gibt, geht man mit dem Argumente  $\lambda$  ein. Die Grössen  $\delta$  und



$\vartheta$  sind aus folgenden Gleichungen gefunden worden, in denen  $\omega$  die Schiefe der Ekliptik bezeichnet:

$$\sin \vartheta = \sin \omega \cdot \sin \lambda \quad (38. \text{ im } \S. 113.)$$

$$\vartheta = \alpha - \lambda = - \operatorname{tg}^2 \frac{\omega}{2} \sin 2\lambda + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^4 \frac{\omega}{2} \sin 4\lambda - \dots$$

### §. 344.

**Beispiel.** Den wahren Ort der Sonne für den 23. August 1831 im mittlern Mittage von Regensburg zu finden.

**Auflösung.** Vom 23. August 1831 bis 1. Januar 1840 sind 8, 42 Jahre; also ist  $t = - 8, 42$ , und die Länge des Apheliums  $= 100^\circ, 03$ . Diess vorausgesetzt, gibt die Tafel

|                 |             |                        |          |
|-----------------|-------------|------------------------|----------|
| 1831            | 279°, 35    |                        |          |
| 0 August        | 208 , 96    |                        |          |
| 23 Tage         | 22 , 65     |                        |          |
| <hr/>           |             |                        |          |
| Mittl. Länge    | 150 , 96    | .                      | 150, 96  |
| Aphelium        | 100 , 03    |                        |          |
| <hr/>           |             |                        |          |
| Mittl. Anomalie | 50 , 93     | gibt Gleich. d. Bahn — | 1, 47    |
| <hr/>           |             |                        |          |
|                 | Wahre Länge |                        | 149, 49  |
|                 | Reduktion   | +                      | 2, 11    |
| <hr/>           |             |                        |          |
|                 | Wahre AR    |                        | 151, 60. |

Aus der mittlern Anomalie findet man in der Tafel  $\log R = 0, 0046$ ; also ist  $R = 1, 011$ , und die wahre Distanz der Sonne von der Erde  $= 1, 011$  der halben grossen Axe der Erdbahn, d. i.  $1, 011 \cdot 20666800 = 20894135$  geographische Meilen.

Eben so findet man aus der wahren Länge in der Tafel die Deklination der Sonne  $= + 11^\circ, 68 = 11^\circ 40' 48''$  nördlich.



## Sonnentafel für die mitt.

| Jahre. | Mittlere Länge. | Monate und Tage. | Mittlere Länge. | Mittlere Anom. | Gleich. d. Bahn.<br>— + |
|--------|-----------------|------------------|-----------------|----------------|-------------------------|
| 1830   | 279°, 59        | 0 Februar        | 30°, 55         | 0°             | 0°, 00                  |
| 31     | 279, 35         | 0 März           | 58, 15          | 5              | 16                      |
| 32 B   | 280, 09         | 0 April          | 88, 71          | 10             | 33                      |
| 33     | 279, 85         | 0 Mai            | 118, 27         | 15             | 49                      |
| 34     | 279, 62         | 0 Juni           | 148, 83         | 20             | 64                      |
|        |                 | 0 Juli           | 178, 40         |                |                         |
|        |                 | 0 August         | 208, 96         | 25             | 0, 79                   |
| 1835   | 279, 39         | 0 September      | 239, 51         | 30             | 94                      |
| 36 B   | 280, 12         | 0 October        | 266, 08         | 35             | 1, 08                   |
| 37     | 279, 88         | 0 November       | 299, 64         | 40             | 22                      |
| 38     | 279, 65         | 0 December       | 329, 13         | 45             | 34                      |
| 39     | 279, 41         | Tage 0           | 0°, 00          |                |                         |
|        |                 | 1                | 0, 98           | 50             | 1, 45                   |
|        |                 | 2                | 1, 97           | 55             | 56                      |
| 1840 B | 280, 15         | 3                | 2, 95           | 60             | 65                      |
| 41     | 279, 94         | 4                | 3, 94           | 65             | 72                      |
| 42     | 279, 68         | 5                | 4, 92           | 70             | 79                      |
| 43     | 279, 44         |                  |                 |                |                         |
| 44 B   | 280, 18         | 6                | 5, 91           | 75             | 1, 85                   |
|        |                 | 7                | 6, 89           | 80             | 89                      |
|        |                 | 8                | 7, 88           | 85             | 91                      |
| 1845   | 279, 95         | 9                | 8, 86           | 90             | 92                      |
| 46     | 279, 71         | 10               | 9, 85           | 95             | 92                      |
| 47     | 279, 47         |                  |                 |                |                         |
| 48 B   | 280, 18         | 11               | 10, 83          | 100            | 1, 90                   |
| 49     | 279, 97         | 12               | 11, 82          | 105            | 87                      |
| 50     | 279', 74        | 13               | 12, 80          | 110            | 82                      |
|        |                 | 14               | 13, 79          | 115            | 76                      |
|        |                 | 15               | 14, 77          | 120            | 68                      |
|        |                 |                  |                 |                |                         |
|        |                 | 16               | 15, 76          |                |                         |
|        |                 | 17               | 16, 74          | 125            | 1, 59                   |
|        |                 | 18               | 17, 73          | 130            | 49                      |
|        |                 | 19               | 18, 71          | 135            | 38                      |
|        |                 | 20               | 19, 70          | 140            | 26                      |
|        |                 |                  |                 | 145            | 12                      |
|        |                 | 21               | 20, 68          |                |                         |
|        |                 | 22               | 21, 67          | 150            | 0, 98                   |
|        |                 | 23               | 22, 65          | 155            | 83                      |
|        |                 | 24               | 23, 64          | 160            | 67                      |
|        |                 | 25               | 24, 62          | 165            | 51                      |
|        |                 |                  |                 | 170            | 34                      |
|        |                 | 26               | 25, 61          | 175            | 17                      |
|        |                 | 27               | 26, 59          | 180            | 00                      |
|        |                 | 28               | 27, 58          |                |                         |
|        |                 | 29               | 28, 56          |                |                         |
|        |                 | 30               | 29, 57          |                |                         |
|        |                 | 31               | 30, 55          |                |                         |

Länge des Apheliums für 1840 sammt der jährlichen Veränderung:  $100^\circ, 1718 + 0,0172t$ , wo  $t$  in Jahren auszudrücken ist.



## Iere Zeit in Regensburg.

| Log. R.  | Mittlere Anom. | Wahre Länge. | Deklination<br>+ — | Reduktion<br>— + | Wahre Länge. |
|----------|----------------|--------------|--------------------|------------------|--------------|
| 0°, 0072 | 360°           | 0°           | 0°, 00             | 0°, 00           | 360°         |
| 72       | 355            | 5            | 1, 99              | 0, 40            | 355          |
| 71       | 350            | 10           | 3, 96              | 0, 81            | 350          |
| 70       | 345            | 15           | 5, 93              | 1, 17            | 345          |
| 68       | 340            | 20           | 7, 83              | 1, 53            | 340          |
| 0, 0066  | 335            | 25           | 9, 69              | 1, 81            | 335          |
| 65       | 330            | 30           | 11, 49             | 2, 09            | 330          |
| 60       | 325            | 35           | 13, 20             | 2, 25            | 325          |
| 56       | 320            | 40           | 14, 83             | 2, 41            | 320          |
| 52       | 315            | 45           | 16, 35             | 2, 43            | 315          |
| 0, 0047  | 310            | 50           | 17, 76             | 2, 45            | 310          |
| 42       | 305            | 55           | 19, 04             | 2, 32            | 305          |
| 37       | 300            | 60           | 20, 17             | 2, 19            | 300          |
| 32       | 295            | 65           | 21, 15             | 1, 91            | 295          |
| 26       | 290            | 70           | 21, 97             | 1, 64            | 290          |
| 0, 0020  | 285            | 75           | 22, 62             | 1, 26            | 285          |
| 14       | 280            | 80           | 23, 09             | 0, 88            | 280          |
| 08       | 275            | 85           | 23, 37             | 0, 44            | 275          |
| 01       | 270            | 90           | 23, 47             | 0, 00            | 270          |
| 9, 9995  | 265            |              |                    | + —              |              |
|          |                | 95           | 23, 37             | 0, 44            | 265          |
| 9, 9988  | 260            |              |                    |                  |              |
| 82       | 255            |              |                    |                  |              |
| 76       | 250            | 100          | 23, 09             | 0, 88            | 260          |
| 70       | 245            | 105          | 22, 62             | 1, 26            | 255          |
| 64       | 240            | 110          | 21, 97             | 1, 64            | 250          |
|          |                | 115          | 21, 15             | 1, 91            | 245          |
|          |                | 120          | 20, 17             | 2, 19            | 240          |
| 9, 9959  | 235            |              |                    |                  |              |
| 54       | 230            |              |                    |                  |              |
| 49       | 225            | 125          | 19, 04             | 2, 32            | 235          |
| 44       | 220            | 130          | 17, 76             | 2, 45            | 230          |
| 40       | 215            | 135          | 16, 35             | 2, 43            | 225          |
|          |                | 140          | 14, 83             | 2, 41            | 220          |
|          |                | 145          | 13, 20             | 2, 25            | 215          |
| 9, 9937  | 210            |              |                    |                  |              |
| 34       | 205            |              |                    |                  |              |
| 31       | 200            | 150          | 11, 49             | 2, 09            | 210          |
| 29       | 195            | 155          | 9, 69              | 1, 81            | 205          |
| 28       | 190            | 160          | 7, 83              | 1, 53            | 200          |
| 27       | 185            | 165          | 5, 93              | 1, 17            | 195          |
| 26       | 180            | 170          | 3, 96              | 0, 81            | 190          |
|          |                | 175          | 1, 99              | 0, 40            | 185          |
|          |                | 180          | 0, 00              | 0, 00            | 180          |



## §. 345.

Anmerkung. Mittelst der vorhergehenden Tafel findet man auch die Zeitgleichung genauer, als aus der im §. 146. enthaltenen Tabelle. Es ist nämlich im vorigen Beispiele die

|                |          |
|----------------|----------|
| wahre AR       | 151°, 60 |
| mittlere Länge | 150, 96  |
| Differenz      | 0, 64    |

Ferner  $0, 64 : 15 = 0^h, 04266 \dots = 0^h 2', 56 = 2' 33'', 6$ .

## §. 346.

Beispiel. Den wahren Ort der Sonne für den 23. Aug. 1831 und  $8^h 32'$  Abends wahrer Pariser Zeit zu finden.

Auflösung. Die Zeitgleichung ist an diesem Tage  $+ 2', 5$ ; Regensburg liegt um  $39'$  östlicher als Paris; man hat daher

|                             |                  |
|-----------------------------|------------------|
| wahre Zeit in Paris         | $8^h 32'$        |
| Zeitgleichung               | $+ 0 \quad 2, 4$ |
| mittlere Zeit in Paris      | $8 \quad 34, 4$  |
| Längendifferenz             | $0 \quad 39, 0$  |
| mittlere Zeit in Regensburg | $9 \quad 13, 4$  |

und sonach hat man den Ort der Sonne für  $9^h 13', 4$  mittlere Zeit von Regensburg zu suchen.

|                 |          |                                     |            |
|-----------------|----------|-------------------------------------|------------|
| 1831            | 279°, 35 |                                     |            |
| 0 August        | 208, 96  | $24^h : 0^\circ, 98 = 9^h, 223 : x$ |            |
| 23 Tage         | 22, 66   | $x = 0^\circ, 376 \dots$            |            |
| $9^h 13', 4$    | 0, 38    |                                     |            |
| Mittl. Länge    | 151, 35  | .                                   | 151, 35    |
| Aphelium        | 100, 03  |                                     |            |
| Mittl. Anomalie | 51, 32   | gibt Gleich. d. Bahn —              | 1, 48      |
|                 |          | Wahre Länge                         | 149, 87    |
|                 |          | Reduktion                           | $+ 2, 10$  |
|                 |          | Wahre AR                            | 151, 97    |
|                 |          | Deklination                         | $+ 11, 55$ |
|                 |          | log R                               | 0, 0046    |
|                 |          | R                                   | 1, 011.    |



## §. 347.

**Beispiel.** Den Anfang des Frühlings 1831 zu finden.

**Auflösung.** Für den Anfang des Frühlings ist die wahre Länge der Sonne  $0^\circ$  oder  $360^\circ$ . Da derselbe bekanntlich immer gegen den 20. März fällt, so hat man vorerst die wahre Länge der Sonne im Mittage Regensburgs aus der Tafel für den 20. und 21. März zu suchen. Von dieser Zeit bis zum 1. Januar 1840 sind 8,79 Jahre; also ist  $t = -8,79$  und die Länge des Apheliums =  $100^\circ, 02$ .

|                 |          |                        |          |
|-----------------|----------|------------------------|----------|
| 1831            | 279°, 35 |                        |          |
| 0 März          | 58, 15   |                        |          |
| 20 Tage         | 19, 70   |                        |          |
| Mittl. Länge    | 357, 20  | .                      | 357, 20  |
| Aphelium        | 100, 02  |                        |          |
| Mittl. Anomalie | 257, 18  | gibt Gleich. d. Bahn + | 1, 88    |
|                 |          | Wahre Länge            | 359, 08. |

|                 |          |                        |          |
|-----------------|----------|------------------------|----------|
| 1831            | 279°, 35 |                        |          |
| 0 März          | 58, 15   |                        |          |
| 21 Tage         | 20, 68   |                        |          |
| Mittl. Länge    | 358, 18  | .                      | 358, 18  |
| Aphelium        | 100, 02  |                        |          |
| Mittl. Anomalie | 258, 16  | gibt Gleich. d. Bahn + | 1, 89    |
|                 |          | Wahre Länge            | 360, 07. |

Tägliche Differenz der wahren Längen 0, 99

$$1^d : 0^\circ, 99 = x^d : 360^\circ - 359^\circ, 08$$

$$1 : 0, 99 = x : 0, 92$$

$$x = 0^d, 92.$$

Diese Grösse, um  $0^d, 04$  vermindert, gibt  $0^d, 88 = 21^h 7'$ .

Also kömmt die Sonne in den Widder  
am  $20^d 21^h 7'$  nach astronomischer Rechnung, oder  
am  $21^d 9^h 7'$  Morgens nach bürgerlicher Rechnung.



## §. 348.

**Zusatz.** Auf die nämliche Art findet man den Anfang der übrigen Jahreszeiten, wo die wahre Länge der Sonne für den Sommer  $90^\circ$ , Herbst  $180^\circ$  und Winter  $270^\circ$  beträgt, so wie überhaupt den Eintritt der Sonne in jedes Zeichen des Thierkreises, wobei niemals die Verminderung des Werthes von  $x$  um  $0^d, 04$  zu übersehen ist.

Aus dem Vorhergehenden muss der Gebrauch der Ephemeriden für die Sonne bereits deutlich geworden seyn. Um aus einem solchen Jahrbuche den Ort der Sonne für eine gegebene Stunde eines gegebenen Beobachtungsortes abzuleiten, sey  $a$  die östliche Entfernung dieses Beobachtungsortes von jenem Orte, für dessen Meridian die Ephemeride gilt, in Stunden und deren Theilen ausgedrückt, und  $b$  die Differenz der zwei nächsten Zahlen in der für die Länge der Sonne bestimmten Spalte des Jahrbuches, oder die tägliche Änderung des Ortes der Sonne; so wird  $x = \frac{ab}{24}$  von den Zahlen des Jahrbuches

subtrahirt, um die entsprechende Zahl für den Beobachtungsort zu finden. Liegt dieses  $a$  Stunden westlich, so wird in obiger Gleichung  $a$  negativ genommen; dieses Zeichen erhält auch  $b$ , wenn die Zahlen des Jahrbuches abnehmen. — Hat man aber so die Länge  $\lambda$  der Sonne für den Mittag eines bestimmten Ortes an einem bestimmten Tage; so findet man die Länge  $\lambda'$  für jede andere Stunde  $t$  dieses Ortes durch die

Gleichung  $\lambda' = \lambda \pm \frac{bt}{24}$ . — (Vergl. §. 141.)

## §. 349.

**Erklärung.** Der Umlauf eines Nebenplaneten, aus dem Hauptplaneten gesehen, lässt sich in verschiedener Hinsicht betrachten: von einem Fixsterne bis wieder dahin — siderischer Umlauf; von einem Grade der Länge bis wieder dahin — periodischer oder tropischer Umlauf; von einer Konjunktion mit der Sonne bis wieder dahin — synodischer Umlauf; vom Momente seiner grössten Entfernung vom Hauptplaneten bis wieder dahin — anomalistischer Umlauf; vom aufsteigenden Knoten bis wieder dahin — Knotenumlauf. Die Revolutionen unsers Mondes nennt man insbesondere Monate.



§. 350.

**Aufgabe.** Die Dauer eines synodischen Monats zu finden.

**Auflösung.** Man beobachte zwei Mondsfinsternisse, und dividire die Zwischenzeit mit der Anzahl der dazwischen fallenden Revolutionen, welche aus den Vollmonden leicht erlangt werden kann. Später wird das gefundene Resultat durch entferntere Beobachtungen schärfer bestimmt. So fand man das synodische Monat =  $29^d 12^h 44' 2''$ , 82 =  $29^d, 53059$  wahre Sonnenzeit, und die mittlere Zeit der synodischen Bewegung durch  $1^\circ$  ist

$$\frac{29,53059}{360} = 0^d, 0820294.$$

§. 351.

**Aufgabe.** Die Dauer des periodischen Monats zu finden.

**Auflösung.** Zuerst hat man  $\frac{360^\circ}{29,5} = 12^\circ, 2$  als die tägliche Bewegung des Mondes von Westen gegen Osten in Beziehung auf die Sonne. Da sich aber diese in der nämlichen Richtung und in Beziehung auf die Äquinoktien täglich um  $0^\circ, 98$  fortbewegt (§. 141.); so ist die tägliche Bewegung des Mondes in Beziehung auf die Äquinoktien =  $12^\circ, 2 + 0^\circ, 98 = 13^\circ, 18$  und die tropische Revolution =  $\frac{360^\circ}{13,18} = 27^d, 311582 = 27^d 7^h 43' 4'', 68$ .

§. 352.

**Erfahrung.** Die Knoten der Mondbahn rücken gegen die Ordnung der Zeichen (von Osten gegen Westen) fort, was man leicht bemerken kann, wenn man die Sterne beobachtet, denen der Mond zu der Zeit begegnet, wann er durch die Ebene der Ekliptik geht. Die tropische Umlaufszeit der Knoten ist  $6798^d, 177$ .



## §. 353.

**Aufgabe.** Die Dauer eines Knotenmonats zu finden.

**Auflösung.** Die Knoten gehen in einem Tage durch  $\frac{360^\circ}{6798,177} = 0^\circ, 05295$ . Der Mond geht ebenfalls in Beziehung auf die Nachtgleichen täglich durch  $\frac{360^\circ}{27,321582} = 13^\circ, 17639$  von Westen gegen Osten; also ist die tägliche Bewegung des Mondes in Beziehung auf seine Knoten gleich der Summe jener Bewegungen, und daher das Knotenmonat  $= \frac{360^\circ}{13,229342} = 27^d, 2122 = 27^d 5^h 5' 34''$ .

## §. 354.

**Aufgabe.** Die Dauer eines siderischen Monats zu finden.

**Auflösung.** Die Äquinoktialpunkte weichen jährlich um  $50'', 25$  (§. 122.), also in einem periodischen Monate um  $3'', 76$  zurück, weil  $365^d, 25 : 27^d, 321582 = 50'', 25 : 3'', 76$  ist. Die mittlere periodische Bewegung des Mondes in  $1''$  ist  $= \frac{360^\circ \cdot 60 \cdot 60}{27,321582 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 0'', 55$ ; also geht er durch jene  $3'', 76$  in  $6'', 83$  und um diesen Betrag ist das siderische Monat länger als das tropische; es beträgt  $27^d 7^h 43' 11'', 51$ .

## §. 355.

**Zusatz.** Zwölf synodische Monate machen ein Mondenjahr von  $354^d, 3671$ , welches also um  $10^d, 8752$  kürzer als das tropische Sonnenjahr (§. 140.). Da aber 19 solche Sonnenjahre beinahe 235 synodische Monate enthalten (es fehlen nur 5 Stunden), so fallen nach 19 Jahren die Neu- und Vollmonde wieder nahe auf dieselben Monatstage.



## §. 356.

**Zusatz.** Es geben 223 synodische, so wie 242 Knotenmonate, 6585 Tage oder 18 Jahre 11 Tage, das Jahr zu 365<sup>d</sup>, 25 gerechnet. Mithin haben am Ende dieser Periode Sonne, Mond und seine Knoten wieder nahe dieselbe Lage gegen einander, welche sie am Anfange dieses Zeitraumes hatten, welcher die chaldäische Periode heisst.

## §. 357.

**Erfahrung.** Auf der Oberfläche des Mondes sehen wir immer dieselben Flecken, und nur einige Abwechslungen am Rande, was nur dadurch möglich ist, dass die Rotation dieses Himmelskörpers so lange dauert, als das siderische Monat.

## §. 358.

**Anmerkung.** Die in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellten Angaben sind auf die nämliche Weise gefunden worden, wie die korrespondirenden Elemente der Hauptplaneten.

## M o n d.

Mittl. Mitternacht in Paris.

Epoche der mittlern Länge 1801

den 1. Januar

111° 36' 43"

des Perigäums

266° 6' 46"

des Knotens

13° 54' 21"

Siderische Umlaufszeit der Knoten

6793<sup>d</sup> 6<sup>h</sup> 51' 39"

Tropische " " " "

6798 3 24 28

Siderische Umlaufszeit der Ap-siden

3232 13 37 15

Tropische " " " "

3231 11 4 7

Mittlere Neigung der Bahn gegen die Ekliptik

5° 8' 47"

Mittlere Horizontalparallaxe am Äquator

0° 57' 1"



Mittlere Entfernung vom Mittelpunkte der Erde 60, 2965 Erdhalbmesser.

Scheinbarer mittlerer Halbmesser des Mondes, von der Erde gesehen  $0^{\circ} 15' 34''$   
 von der Sonne gesehen  $0 \quad 0 \quad 4'', 64$

Excentricität der Bahn in Theilen der halben grossen Axe  $0, 005504$   
 in Meilen 4118

Wahrer Halbmesser 233 geographische Meilen.

Verhältniss des Mondes zur Erde  
 im Durchmesser  $1 : 3, 688$   
 in Oberfläche  $1 : 13, 6$   
 im körperl. Inhalte  $1 : 50, 15$   
 in Masse  $1 : 69$   
 in Dichte  $1 : 1, 47.$

Fall der Körper in einer Secunde auf der Oberfläche des Mondes 2, 8 Pariser Fuss.

Die Dichte des Mondes ist also nahe 3, 2 oder jene des reinsten weissen Glases oder der Meteorsteine.

### §. 359.

Anmerkung. Zur leichten Auffindung der Orte des Mondes dient die folgende Tafel. Sie ist für den Wiener Meridian berechnet, und man muss daher immer die Zeit des Beobachtungsortes, für welche man den Ort des Mondes sucht, in Wiener Zeit verwandeln. Den Gebrauch der Tafel lehrt am besten ein Beispiel; nur ist voraus zu bemerken, dass auch hier wieder in den ersten zwei Monaten eines Schaltjahres der gegebene Tag um 1 vermindert werden muss.



## Mondstafel für die mittlere Wiener Zeit.

| Jahre. | Mittl.<br>AR.        | Mittl.<br>Anomal.    | Suppl.<br>d. Knot.   | Monate<br>u. Tage. | Mittl.<br>AR.       | Mittl.<br>Anomal.   | Suppl.<br>d. Ktn.   |
|--------|----------------------|----------------------|----------------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1830   | 23 <sup>h</sup> , 26 | 20 <sup>h</sup> , 86 | 12 <sup>h</sup> , 43 | 0 Febr             | 3 <sup>h</sup> , 23 | 3 <sup>h</sup> , 00 | 0 <sup>h</sup> , 11 |
| 31     | 7, 89                | 16, 77               | 13, 76               | 0 März             | 3, 83               | 3, 39               | 21                  |
| 32 B   | 17, 39               | 23, 56               | 15, 04               | 0 April            | 7, 04               | 6, 39               | 32                  |
| 33     | 2, 02                | 4, 47                | 16, 33               | 0 Mai              | 9, 41               | 8, 52               | 42                  |
| 34     | 10, 64               | 11, 39               | 17, 62               | 0 Juni             | 12, 64              | 11, 74              | 53                  |
| 1835   | 19, 27               | 17, 30               | 18, 91               | 0 Juli             | 15, 00              | 13, 65              | 64                  |
| 36 B   | 4, 77                | 0, 09                | 20, 20               | 0 Aug.             | 18, 26              | 16, 65              | 75                  |
| 37     | 13, 40               | 6, 00                | 21, 49               | 0 Sept.            | 21, 45              | 19, 65              | 86                  |
| 38     | 22, 03               | 11, 92               | 22, 77               | 0 Oct.             | 23, 81              | 21, 78              | 96                  |
| 39     | 6, 65                | 17, 85               | 0, 06                | 0 Nov.             | 3, 04               | 0, 79               | 1, 07               |
|        |                      |                      |                      | 0 Dec.             | 5, 39               | 2, 91               | 18                  |
| 1840 B | 16, 16               | 0, 62                | 1, 36                | Tage 1             | 0, 89               | 0, 87               | 0, 00               |
| 41     | 0, 78                | 6, 63                | 2, 65                | 2                  | 1, 76               | 1, 74               | 1                   |
| 42     | 9, 41                | 12, 45               | 3, 94                | 3                  | 2, 63               | 2, 61               | 1                   |
| 43     | 18, 03               | 18, 36               | 5, 22                | 4                  | 3, 51               | 3, 48               | 1                   |
| 44 B   | 3, 54                | 1, 15                | 6, 51                | 5                  | 4, 39               | 4, 35               | 2                   |
| 1845   | 2, 16                | 7, 06                | 7, 80                | 6                  | 5, 27               | 5, 23               | 0, 02               |
| 46     | 20, 79               | 12, 97               | 9, 09                | 7                  | 6, 15               | 6, 10               | 2                   |
| 47     | 5, 41                | 18, 89               | 10, 38               | 8                  | 7, 03               | 6, 97               | 3                   |
| 48 B   | 14, 92               | 1, 68                | 11, 67               | 9                  | 7, 90               | 7, 84               | 3                   |
| 49     | 23, 54               | 7, 59                | 12, 96               | 10                 | 8, 78               | 8, 71               | 4                   |
| 50     | 8, 17                | 13, 51               | 14, 25               | 11                 | 9, 66               | 9, 58               | 0, 04               |
|        |                      | 1830                 | 348°, 91             | 12                 | 10, 54              | 10, 45              | 4                   |
|        |                      | 31                   | 118, 29              | 13                 | 11, 42              | 11, 32              | 5                   |
|        |                      | 32                   | 260, 85              | 14                 | 12, 30              | 12, 19              | 5                   |
|        |                      | 33                   | 30, 24               | 15                 | 13, 18              | 13, 06              | 5                   |
|        |                      | 34                   | 159, 62              | 16                 | 14, 05              | 13, 94              | 0, 06               |
|        |                      | 1835                 | 289, 01              | 17                 | 14, 93              | 14, 81              | 6                   |
|        |                      | 36                   | 71, 57               | 18                 | 15, 81              | 15, 68              | 6                   |
|        |                      | 37                   | 200, 93              | 19                 | 16, 69              | 16, 55              | 7                   |
|        |                      | 38                   | 330, 34              | 20                 | 17, 57              | 17, 42              | 7                   |
|        |                      | 39                   | 99, 72               | 21                 | 18, 45              | 18, 29              | 0, 07               |
|        |                      | 1840                 | 242, 28              | 22                 | 19, 32              | 19, 16              | 8                   |
|        |                      | 41                   | 11, 67               | 23                 | 20, 20              | 20, 03              | 8                   |
|        |                      | 42                   | 141, 05              | 24                 | 21, 08              | 20, 90              | 8                   |
|        |                      | 43                   | 270, 44              | 25                 | 21, 96              | 21, 77              | 9                   |
|        |                      | 44                   | 53, 00               | 26                 | 22, 48              | 22, 65              | 0, 09               |
|        |                      | 1845                 | 182, 38              | 27                 | 23, 71              | 23, 52              | 09                  |
|        |                      | 46                   | 311, 77              | 28                 | 0, 59               | 0, 39               | 10                  |
|        |                      | 47                   | 81, 15               | 29                 | 1, 47               | 1, 26               | 10                  |
|        |                      | 48                   | 223, 72              | 30                 | 2, 35               | 2, 13               | 10                  |
|        |                      | 49                   | 353, 10              | 31                 | 3, 23               | 3, 20               | 11                  |
|        |                      | 50                   | 122, 49              |                    |                     |                     |                     |

Mittlere Länge.



## Mondstafel für die mittlere Wiener Zeit.

(Fortsetzung.)

| Argument.      | Mittlere<br>Anomalie.          | Wahre AR.                       | AR+ Suppl.<br>d. Knotens.        | Mittlere<br>Anomalie.   |
|----------------|--------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|-------------------------|
|                | Gleichung der<br>Bahn in Zeit. | Erster Theil d.<br>Deklination. | Zweiter Theil<br>d. Deklination. | Parallaxe in<br>Graden. |
| 0 <sup>h</sup> | — 0 <sup>h</sup> , 00          | 0°, 00                          | 0°, 00                           | 0°, 90                  |
| 1              | 10                             | 5, 93                           | 1, 33                            | 90                      |
| 2              | 20                             | 11, 48                          | 2, 57                            | 91                      |
| 3              | 28                             | 16, 35                          | 3, 64                            | 91                      |
| 4              | 35                             | 20, 17                          | 4, 45                            | 92                      |
| 5              | — 0, 40                        | 22, 62                          | 4, 97                            | 0, 93                   |
| 6              | 42                             | 23, 47                          | 5, 14                            | 95                      |
| 7              | 41                             | 22, 62                          | 4, 97                            | 96                      |
| 8              | 38                             | 20, 17                          | 4, 45                            | 97                      |
| 9              | 31                             | 16, 35                          | 3, 64                            | 98                      |
| 10             | — 0, 22                        | 11, 48                          | 2, 57                            | 0, 99                   |
| 11             | 12                             | 5, 93                           | 1, 33                            | 1, 00                   |
| 12             | 00                             | 0, 00                           | 0, 00                            | 1, 00                   |
| 13             | + 0, 12                        | — 5, 93                         | — 1, 33                          | 1, 00                   |
| 14             | 22                             | — 11, 48                        | — 2, 57                          | 0, 99                   |
| 15             | + 0, 31                        | — 16, 35                        | — 3, 64                          | 0, 98                   |
| 16             | 38                             | — 20, 17                        | — 4, 45                          | 97                      |
| 17             | 41                             | — 22, 62                        | — 4, 97                          | 96                      |
| 18             | 42                             | — 23, 47                        | — 5, 14                          | 95                      |
| 19             | 40                             | — 22, 62                        | — 4, 97                          | 93                      |
| 20             | + 0, 35                        | — 20, 17                        | — 4, 45                          | 0, 92                   |
| 21             | 28                             | — 16, 35                        | — 3, 64                          | 91                      |
| 22             | 20                             | — 11, 48                        | — 2, 57                          | 91                      |
| 23             | 10                             | — 5, 93                         | — 1, 33                          | 90                      |
| 24             | 00                             | — 0, 00                         | 0, 00                            | 90                      |



## §. 360.

**Aufgabe.** Den wahren Ort des Mondes für den 23. August 1831 im mittlern Mittage von Regensburg zu finden.

**Auflösung.** Regensburg liegt um 17' westlicher als Wien; man hat daher die

|                          |                    |
|--------------------------|--------------------|
| mittlere Zeit Regensburg | 24 <sup>h</sup> 0' |
| Längendifferenz          | — 0 17             |

---

|                       |        |
|-----------------------|--------|
| mittlere Zeit in Wien | 23 43. |
|-----------------------|--------|

Sonach muss man für diese mittlere Wiener Zeit den Ort des Mondes suchen.

|                     |                     |                      |                      |
|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| 1831                | 7 <sup>h</sup> , 89 | 16 <sup>h</sup> , 77 | 13 <sup>h</sup> , 76 |
| 0 August            | 18 , 23             | 16 , 65              | 0 , 75               |
| 22 Tage             | 19 , 32             | 19 , 16              | 0 , 08               |
| 23 <sup>h</sup> 43' | 0 , 87              | 0 , 85               | 0 , 00               |

---

|                 |                     |            |             |
|-----------------|---------------------|------------|-------------|
| Mittlere AR     | 22 , 31             | A = 5 , 43 | B = 14 , 59 |
| Gleich. d. Bahn | — 0 , 41 (wegen A.) |            |             |

---

Wahre AR 21 , 90 = C.

Erster Theil der Deklination wegen C — 12°, 00

zweiter Theil derselben wegen B + C — 3 , 35

---

Deklination — 15 , 35.

Wegen A. ist die Parallaxe  $\Pi = 0^\circ, 986$ , und der scheinbare Durchmesser = 0,55  $\Pi = 0,542$ ; endlich die Entfernung des Mondes vom Mittelpunkte der Erde =

$$\frac{1}{\sin \Pi} = \frac{1}{\sin 59', 10} = \frac{1}{0, 01721} = 58, 106 \text{ Erdhalb-}$$

messer. Die wahre Länge und Breite des Mondes findet man durch die Formeln 41. und 42. im §. 119. Es ist nämlich

$$\alpha = 21^h, 90 = 328^\circ 30'$$

$$\delta = 15^\circ, 35 = 15^\circ 21' \text{ südlich}$$

$$\log \operatorname{tg} \alpha = \log \operatorname{tg} 58^\circ 30' 00'' = 0, 2126807$$

$$\log \cos \omega = \log \cos 23 \ 27 \ 35 = 9, 9625396$$

---


$$0, 1752203 = \log 1, 49700$$



$$\log \operatorname{tg} \delta = \log \operatorname{tg} 15^{\circ} 21' 00'' = 9,4385538$$

$$\log \sin \omega = \log \sin 23 \ 27 \ 35 = 9,5999968$$

$$\underline{9,0385506}$$

$$\log \cos \alpha = \log \cos 58^{\circ} 30' 00'' = 9,7180851$$

$$\underline{9,3204655 = \log 0,20915}$$

$$1,70615$$

$\log 1,70615 = 0,2320172 = \log \operatorname{tg} 59^{\circ} 37' 29''$ . Weil  $\cos \alpha$  und  $\cos \lambda$  immer gleiche Zeichen haben müssen, so ist  $\lambda = 270^{\circ} + 59^{\circ} 37' 29'' = 329^{\circ} 37' 29''$ .

$$\log \sin \delta = \log \sin 15^{\circ} 21' 00'' = 9,4227780$$

$$\log \cos \omega = \log \cos 33 \ 27 \ 35 = 9,9625396$$

$$\text{wegen des negativen } \sin \delta \text{ ist } 9,3853176 = \log -0,24283$$

$$\log \cos \delta = \log \cos 15^{\circ} 21' 00'' = 9,9842242$$

$$\log \sin \alpha = \log \sin 58 \ 30 \ 00 = 9,9307658$$

$$\log \sin \omega = \log \sin 23 \ 27 \ 35 = 9,5999968$$

$$\text{wegen posit. } \cos \delta \text{ u. neg. } \sin \delta \text{ ist } 9,5149868 = \log -0,32733.$$

Da aber das zweite Glied in der Formel negativ ist, so hat man  $\log (0,32733 - 0,24283) = 8,9268567 = \log \sin 4^{\circ} 50' 54'' = \log \beta$ , und diese Breite ist nördlich.

Da sich die Halbmesser der Erde und des Mondes wie 1 ; 0,2731 verhalten, so hat man gemäss §. 329.

$$dII = \delta r$$

$$2 \cdot 0,2731 \ II = 0,55 \ II = \delta.$$

### §. 361.

**Erklärung.** Astronomische Epakte eines Jahres heisst die Anzahl der Tage, welche im Anfange eines Sonnenjahres seit dem letzten wahren Neumonde verflossen sind. Man heisst sie auch das wahre Alter des Mondes im Anfange des Jahres.

### §. 362.

**Aufgabe.** Die astronomische Epakte und den Tag des ersten wahren Neumondes im Jahre 1831 zu finden.



Auflösung. Aus den Tafeln suche man für einerley, z. B. den Wiener Meridian,

die mittlere Länge der Sonne  $279^{\circ}, 36$

die mittlere Länge des Mondes  $118, 29$

Differenz  $161, 07$

und multiplicire diesen Unterschied mit  $0^d, 08203$  (§. 250.), so findet man die Epakte  $= 16, 3123$  wahrer Sonnenzeit. Ferner ist  $29, 5306 - 16, 3123 = 13, 2183$ , und es fällt also der erste wahre Neumond auf den 14. Januar nach astronomischer Rechnung.

### §. 363.

Aufgabe. Die Zeit des wahren Vollmondes im August 1831 zu finden.

Auflösung. Bis zu diesem Vollmonde verfließen vom ersten Neumonde des Jahres  $7, 5$  synodische Revolutionen, also vom Anfange  $13, 2183 + 221, 4795 = 234^d, 6978$ . Es fällt also der Neumond beiläufig auf den 23. August nach astronomischer Zählung. Gemäss §. 344. — 360. findet man folgende wahre Längen:

|                 | Sonne                   | Mond             | Differenz          |
|-----------------|-------------------------|------------------|--------------------|
| 23. Aug. Mittag | $149^{\circ}, 48 \dots$ | $329, 625 \dots$ | $180^{\circ}, 145$ |
| 22. — —         | $148, 52 \dots$         | $321, 526 \dots$ | $173, 006.$        |

Diese Zahlen zeigen, dass an dem 23. Mittags die Opposition um  $0^{\circ}, 145$  überschritten war, und dass die Differenzen der Länge der Sonne und des Mondes in 24 Stunden  $7^{\circ}, 139$  betrugen. Man hat daher

$$24^h : 7^{\circ}, 139 = x^h : 0^{\circ}, 145, \text{ und}$$

$$x = 0^h, 48746 = 29' 15''.$$

Also hat die gesuchte Opposition statt am  $24^d$  um  $23^h 30' 45''$  wahrer, oder, weil die Zeitgleichung für die obige Länge der Sonne  $+ 2' 36''$  ist, um  $23^h 33' 21''$  mittlerer Sonnenzeit, d. i. am 23. August um 11 Uhr 33 Minuten Vormittags.



$$149^{\circ}, 480 - \frac{0^{\circ}, 96 \cdot 0, 48746}{24} = 149^{\circ}, 45$$

$$329^{\circ}, 625 - \frac{8^{\circ}, 099 \cdot 0, 48746}{24} = 329^{\circ}, 46.$$

Da hier nur der Weg gezeigt werden sollte, auf welchem die Aufgabe gelöst werden kann, so genügten die Längenbestimmungen aus den vorstehenden Tafeln, deren Fehlergrenze einige Raumminuten umfassen.

### §. 364.

**Aufgabe.** Den periodischen Umlauf eines Jupitermondes zu finden.

**Auflösung.** Man beobachte denselben, wann er hinter die Scheibe des Jupiters und wieder hervor, oder wann er vor dieser Scheibe vorbei, oder wann er in den Schatten des Jupiters ein- und wieder aus demselben tritt. Das letztere beobachtet man am besten, wann Jupiter mit der Sonne in Quadratur, das erstere, wann er mit ihr in Konjunktion ist. Da der Mond jedes Mal in der Mitte der Zeit zwischen seinem Ein- und Austritte in der geraden, vom Mittelpunkte der Erde zu jenem des Jupiters, gezogenen Linie war, mithin die nämliche geocentrische Länge wie Jupiter hatte, und diese aus der Theorie oder Beobachtung bekannt ist; so hat man während eines Umlaufes des Planeten zwei joviocentrische Längen des Trabanten, wodurch sein periodischer Umlauf bekannt wird, der aber durch immer mehr entfernte Beobachtungen verbessert werden muss.

### §. 365.

**Zusatz.** Da die Trabanten des Saturns und Uranus ein schwächeres Licht haben, so ist das vorige Verfahren nicht anwendbar, und man beobachtet sie daher, wann sie gleiche Digression von ihrem Hauptplaneten haben. Das Mittel dieser Zeit gibt den Augenblick, wo sie mit dem Hauptplaneten gleiche Länge hatten.



## §. 366.

**Zusatz.** Die synodische Revolution eines solchen Nebenplaneten ist, wie bei unserm Monde, um so viel grösser als die periodische, als der Trabant Zeit gebraucht, einen Winkel zu durchlaufen, welcher der mittlern Bewegung des Hauptplaneten um die Sonne, während eines Umlaufes des Satelliten, gleich ist. Auf ähnliche Weise, wie für unsern Mond, findet man die siderischen Umläufe der übrigen Trabanten, die sich auch insgesamt von Westen gegen Osten bewegen.

## §. 367.

**Aufgabe.** Die Halbmesser der Bahnen für die Nebenplaneten zu finden.

**Auflösung.** Man bestimme durch Mikrométermessungen unmittelbar die grössten Digressionen der Nebenplaneten vom Hauptplaneten. Eine solche Messung gibt den Winkel, unter welchem der Halbmesser auf der Erde erscheint. Da nun auch die Entfernung des Hauptplaneten von der Erde und der wahre Durchmesser desselben bekannt ist, so findet man durch eine einfache trigonometrische Rechnung den Halbmesser der Bahn in Meilen oder in Halbmessern des Hauptplaneten.

## §. 368.

**Zusatz.** Aus der gemessenen Entfernung eines Trabanten und aus den Umlaufszeiten aller Monde des nämlichen Hauptplaneten kann man die Entfernung der übrigen Trabanten nach dem dritten Gesetze Keplers berechnen.

## §. 369.

**Aufgabe.** Die Länge der Knoten der Trabanten des Jupiters zu finden.

**Auflösung.** Wenn die Dauer der Verfinsterung eines Trabanten am grössten ist, so liegt die Axe des



Schattenkegels in der Ebene der Bahn des Satelliten, also in der Knotenlinie dieser Bahn mit der Bahn des Jupiters. Für die Zeit der Mitte einer solchen Finsterniss ist die joviocentrische Länge des Satelliten gleich der heliocentrischen Länge des Jupiters, welche man für diese Zeit berechnen kann, und diese Länge ist zugleich die gesuchte Länge des Knotens. — Bei den zwei nächsten Trabanten des Jupiters kann man aber nie den zu einer Finsterniss gehörigen Ein- und Austritt eines solchen Satelliten in den Schatten des Jupiters zusammen beobachten. Man observirt daher einige Tage vor der Opposition Jupiters die Eintritte dieser Trabanten in seinen Schatten, und vergleicht sie mit den einige Tage nach der Opposition beobachteten Austritten.

## §. 370.

**Aufgabe.** Die Neigung der Bahnen der Trabanten des Jupiters gegen seine Bahn zu finden.

**Auflösung.** Diese Neigung findet man bei den beiden ersten Satelliten aus der kleinsten Dauer ihrer Finsternisse. Eine auf der Axe des Schattenkegels senkrechte, durch den Satelliten gehende, Ebene wird den Umfang des Schattens in einem Kreise schneiden, dessen Mittelpunkt A (Fig. 28.) der Mittelpunkt des Schattens ist. Der Perpendikel AE aus A auf die Bahn ND des Trabanten wird CD so schneiden, dass  $CE = DE$  ist. Ist nun  $\tau$  die synodische Revolution des Trabanten, T die halbe grösste und t die halbe kleinste Dauer seiner Finsterniss; so ist

$$CE : AF = CE : AC = t : T \text{ und } CE = \frac{t \cdot AC}{T}$$

$$AE = \sqrt{AC^2 - CE^2} = AC \sqrt{1 - \frac{t^2}{T^2}}.$$

Es ist aber auch  $\tau : T = 360^\circ : AF = 360^\circ : AC$ ;  
also  $AE = \frac{360T}{\tau} \sqrt{1 - \frac{t^2}{T^2}},$



und diese Linie AE ist die grösste joviocentrische Breite des Satelliten, d. h. die Neigung seiner Bahn gegen die des Hauptplaneten. — Für die zwei äussersten Trabanten, die in ihrer grössten Breite nicht verfinstert werden, beobachtet man die Dauer der längsten und einer der kürzesten Verfinsterungen, bestimmt daraus AE, und hat dann, weil der Wendepunkt vom Knoten um  $90^\circ$  entfernt ist, also dann  $AN = 90^\circ$  wäre,

$$\sin AE : \sin AN = \sin N : \sin \text{tot}$$

$$\sin N = \frac{\sin AE}{\sin AN},$$

worin AN die Differenz zwischen der bekannten Länge des Knotens und der heliocentrischen Länge des Jupiters ist.

#### §. 371.

Zusatz. Ist  $n$  die Neigung der Satellitenbahn gegen die Ekliptik, und  $\gamma$  die Neigung dieser letztern gegen die Bahn des Hauptplaneten; so hat man  $N + \gamma = n$ .

#### §. 372.

Aufgabe. Die Länge der Knoten in den Bahnen für die Satelliten des Saturns und Uranus zu finden.

Auflösung. Wenn uns eine solche Bahn als eine gerade Linie erscheint, so ist die Erde in einem Durchschnittspunkte der Ebene der Satellitenbahn mit der Ekliptik. Die gleichzeitige heliocentrische Länge des Hauptplaneten lässt sich berechnen, und ist zugleich die heliocentrische Länge des Knotens.

#### §. 373.

Aufgabe. Die Neigung der Bahnen gegen die Ekliptik für die Satelliten des Saturns und Uranus zu finden.

Auflösung. Wenn sich das Auge auf der Erde nicht in der Ebene der Satellitenbahn selbst befindet, so erscheint ihm diese als eine Ellipse. Ist deren halbe



kleine Axe  $b$  unter einem grössten Werthe gemessen worden, und hat man auch die halbe grosse Axe  $a$  bestimmt; so ist, wenn  $ADBF$  (Fig. 29.) die Bahn des Trabanten,  $AC = a$ ,  $EF = b$  die Projektion der Linie  $CF$  für das in  $O$  befindliche Auge bezeichnet,

$$a : b = AC : EF = CF : EF = \sin \text{ tot} : \sin ECF$$

$$\frac{b}{a} = \sin ECF,$$

welcher Winkel die Neigung der Ebene der Satellitenbahn gegen die Ekliptik ist, sobald der Hauptplanet keine Breite hat. In jedem andern Falle muss  $ECF$  um diese Breite vermehrt werden, damit man die gesuchte Neigung finde.

#### §. 374.

Zusatz. Mit den im §. 371. erklärten Bezeichnungen hat man für die Satelliten des Saturns und Uranus  $N = n - \gamma$ .

#### §. 375.

Anmerkung. Wie bei unserm Monde, eben so ist bei jedem der übrigen Nebenplaneten die Rotation seiner Revolution gleich. Die folgende Tafel zeigt die vorzüglichsten Elemente der Trabanten des Jupiters, Saturns und Uranus.

#### Satelliten des Jupiters.

|      | Siderische<br>Revolution. | Mittl. Ent-<br>fernung vom<br>Mittelpunkte<br>des Jupiters. | Mittl. Ent-<br>fernung von<br>d. Jupiter. | Länge des<br>$\Omega$<br>1760, 00 | Neigung<br>gegen die<br>Bahn des<br>Jupiters. |
|------|---------------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------------------|
|      |                           | Radien d. $\mathcal{A}$ .                                   | Meilen.                                   |                                   |                                               |
| I.   | 1, 76914                  | 5, 8130                                                     | 56500                                     | 314° 30'                          | 3° 5'                                         |
| II.  | 3, 55118                  | 9, 2487                                                     | 89940                                     | 313 45                            | 2 4                                           |
| III. | 7, 15455                  | 14, 7524                                                    | 143460                                    | 314 24                            | 2 0                                           |
| IV.  | 16, 63877                 | 25, 9469                                                    | 252300                                    | 316 39                            | 2 41                                          |



# Satelliten des Jupiters.

|      | Bewegung<br>in 1'' in<br>der Bahn. | Fall gegen<br>den Jupiter<br>in 1'', | Scheinbarer<br>Diameter |        | Wahrer<br>Diamete-<br>ter. | Masse             | Dichtheiten |         |         | Fall der<br>Körper auf<br>der Ober-<br>fläche in 1'', |
|------|------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------|--------|----------------------------|-------------------|-------------|---------|---------|-------------------------------------------------------|
|      |                                    |                                      | auf 7.                  | auf 8. |                            |                   | die des     | die des | die der | die des<br>Wassers<br>= 1.                            |
| I.   | 8800<br>Meilen.                    | 1621<br>P. Lin.                      | 33 46                   | 1, 4   | 560<br>Meilen.             | $\frac{1}{37700}$ | 0, 69       | 0, 16   | 0, 77   | 0, 78 P. F.                                           |
| II.  | 7000                               | 640                                  | 17 13                   | 1, 1   | 460                        | $\frac{1}{43040}$ | 1, 72       | 0, 40   | 1, 94   | 1, 59                                                 |
| III. | 3500                               | 252                                  | 18 59                   | 2, 0   | 810                        | $\frac{1}{11300}$ | 1, 22       | 0, 28   | 1, 38   | 1, 98                                                 |
| IV.  | 4200                               | 81                                   | 4 32                    | 1, 4   | 566                        | $\frac{1}{23400}$ | 1, 68       | 0, 39   | 1, 89   | 1, 91                                                 |



# Satelliten des Saturns.

|      | Siderische<br>Revolution. | Halbe grosse Axe<br>der Bahn. | Geschwin-<br>digkeit i. d.<br>Bahn in 1''. | Diameter. |
|------|---------------------------|-------------------------------|--------------------------------------------|-----------|
| I.   | 0, 94271                  | 3, 351                        | 27290                                      | 60830     |
| II.  | 1, 37024                  | 4, 300                        | 35020                                      | 41340     |
| III. | 1, 68780                  | 5, 284                        | 43040                                      | 37150     |
| IV.  | 2, 73940                  | 6, 819                        | 55550                                      | 32820     |
| V.   | 4, 51749                  | 9, 524                        | 77570                                      | 27780     |
| VI.  | 15, 94530                 | 22, 081                       | 179840                                     | 18240     |
| VII. | 79, 32960                 | 64, 359                       | 524212                                     | 10680     |

180

# Satelliten des Uranus.

|      | Siderische<br>Revolution. | Halbe grosse Axe<br>der Bahn. | Geschwin-<br>digkeit in<br>der Bahn<br>in 1''. |
|------|---------------------------|-------------------------------|------------------------------------------------|
| I.   | 5, 8926                   | 13, 12                        | 49120                                          |
| II.  | 8, 7068                   | 17, 02                        | 68720                                          |
| III. | 10, 9611                  | 19, 84                        | 74280                                          |
| IV.  | 13, 4359                  | 22, 75                        | 85180                                          |
| V.   | 33, 0750                  | 45, 51                        | 160390                                         |
| VI.  | 107, 6944                 | 91, 01                        | 340740                                         |

P. F.

11250

10500

5440

5260



## §. 376.

**Erfahrung.** Saturn bietet uns noch eine andere merkwürdige Erscheinung dar: einen dünnen und glänzenden Ring, der ihn frei umgibt, abwechselnd in der Gestalt einer Ellipse erscheint und wieder verschwindet, oder vielmehr durch sehr starke Fernrohre nur mehr als eine gerade Linie erscheint, vom Saturn beschattet wird, und diesen selbst wieder beschattet, also ein dunkler von der Sonne beleuchteter Körper ist, und, weil er in seiner Mitte eine dunkle Linie zeigt, aus zwei concentrischen, aber ungleich breiten Ringen zu bestehen scheint. Sein grösster scheinbarer Durchmesser ist in der mittlern Entfernung von der Erde  $38'', 42$  und seine scheinbare Breite  $5'', 79$ ; also verhalten sich die Durchmesser des Saturns, innern und äussern Ringes wie  $3 : 5 : 7$ . — Aus der Beobachtung einiger vorzüglich glänzender Punkte schloss Herschel auf eine Rotation des Ringes von Westen gegen Osten in  $0^d, 43$ , wobei er aber immer eine parallele Lage behält.

## §. 377.

**Zusatz.** Aus dem Vorhergehenden folgt, dass man die Länge der Knoten dieses Ringes unmittelbar aus der Lage des Saturns zu jener Zeit findet, wo der Ring wegen des Durchgangs seiner Ebene durch die Erde verschwindet. Sucht man also aus der zu dieser Zeit beobachteten geocentrischen Länge des Saturns dessen heliocentrische Länge, so ist diese auch die heliocentrische Länge des Ringknotens. Da man dieses Verschwinden des Ringes immer bei derselben Lage des Saturns gegen die Ekliptik beobachtet, so sind die Knoten desselben in der Ekliptik unbeweglich, und gehen nur vorwärts wegen des Rückwärtsgehen der Nachtgleichen. Im Jahre 1801 war die Länge des aufsteigenden Knotens  $167^\circ, 5$ . Ebenso erhellt, dass man die Neigung des Ringes gegen die Ekliptik  $= 28^\circ, 67$  nach der Formel  $\sin n = \frac{b}{a}$  zur Zeit



seiner grössten Öffnung findet, wenn man  $n$  um die geocentrische Breite des Saturns vermehrt.

I. Der Ring ist wenigstens 14 Jahre nach einander sichtbar, und alle die mannigfaltigen Phänomene seines Verschwindens und Wiederscheins sind in der Periode von höchstens einem Jahre eingeschlossen, die alle 15 Jahre wiederkehrt.

Beweis. Es seyen die beiden Kreise (Fig. 30.) die Bahnen der Erde und des Saturns um die Sonne, und  $Ss : CS = 1 : 9,54$ , ferner  $Gg, Nn, Cc$  u. s. f. die parallelen Lagen des Ringes, wann der Saturn in  $G, N, C$  u. s. w. ist. Es wird die Ebene des Ringes durch die Sonne in  $S$ , wenn Saturn in  $C$  oder  $c$  ist, folglich alle 15 Jahre, gehen. Ausserdem begegnet jene Ebene der Erde auf ihrer Bahn ein oder mehrere Mal, so lange jene Ebene sich durch  $NL = 12^\circ$  oder durch  $nl$  bewegt, wozu Saturn jedes Mal ein Jahr braucht. Mithin ist der Ring wenigstens 14 Jahre nach einander sichtbar, und alle Abwechslungen des Verschwindens und Wiedererscheinens gehen auf dem Bogen  $NL$  oder  $nl$ , also in Zeit eines Jahres vor sich, oder in etwas kürzerer Zeit, wenn z. B. die Erde von der Ebene des Ringes erst in  $Aa$  oder  $Bb$  getroffen wird..

II. Der Ring kann während des je 15 Jahres entweder nur ein Mal verschwinden, und  $\frac{1}{4}$  Jahr unsichtbar bleiben, oder auch zwei Mal verschwinden und eben so oft wieder erscheinen.

1) Im Momente, wo  $Nn$  die Erdbahn in  $T$  berührt, sey die Erde in  $A$ . Nach  $\frac{1}{2}$  Jahre ist  $Nn$  nach  $Cc$ , und die Erde nach  $b$  fortgerückt, und diese also immer auf der erleuchteten Seite des Ringes geblieben. Nun verschwindet der Ring, dessen Ebene durch  $S$  geht, die Erde in  $b$  befindet sich an seiner dunkeln Seite, bis sie dem nach  $E$  rückenden Ringe in  $r$  begegnet, von wo an er ihr helle bleibt. Er ist also nur ein Mal und, weil  $br < 90^\circ$  ist, weniger als  $\frac{1}{4}$  Jahr verschwunden.

2) Hat der Ring die Lage  $Nn$ , so sey die Erde in  $B$ . Nach  $\frac{1}{4}$  Jahre ist sie in  $a$ , der Ring in  $Cc$ ; beide haben sich in  $u$  begegnet. Bis dahin war die Erde an seiner halben Seite; hier aber tritt sie an die dunkle Seite für so lange, bis der Ring durch  $S$  geht, und die Erde in  $a$  ist. Nun bleibt der Ring erleuchtet während des halben Jahres, binnen welchem die Erde von  $a$  nach  $B$  und der Ring von  $Cc$  nach  $Ll$  kömmt, so wie während der folgenden 14 Jahre. Er ist also nur ein Mal und, weil  $ua < 90^\circ$  ist, weniger als  $\frac{1}{4}$  Jahr unsichtbar.

3) Hat der Ring die Lage  $Nn$ , so sey die Erde in  $b$ . Sie kömmt in  $\frac{1}{2}$  Jahr nach  $A$ , der Ring nach  $CSc$ , mithin durch den Bogen  $Tt$ . Deshalb begegnen sich beide in  $u$ , wo der Ring verschwindet, und bis ans Ende des halben Jahres, wo er durch  $S$  geht, verschwunden bleibt. Ist also die Erde in  $A$ , so ist sie an seiner hellen Seite; allein in  $B$  wird sie ihn wieder einholen, und zwischen  $E$  und  $b$  nochmals begegnen, wo er dann 14 Jahre lang sichtbar bleibt. In diesem Falle verschwindet und erscheint der Ring in einem Jahre zwei Mal.

4) Hat der Ring die Lage  $Nn$ , so sey die Erde in  $a$ . Während die Erde von  $a$  nach  $B$  und der Ring von  $T$  nach  $st$  fortrückt, begegnet er ihr zwischen  $a$  und  $T$ , verschwindet, und wird erst wieder zwischen  $T$  und  $s$  sichtbar, wo sie ihn zum zweiten Mal einholt, und auf seine helle Seite kömmt. Ist die Erde in  $B$  und der Ring in  $S$ , so verschwindet er zum zweiten Mal; ist sie zwischen  $E$  und  $t$



und der Ring zwischen E und S, so zeigt er wieder seine helle Seite, und diess wieder 14 oder 15 Jahre hindurch. Also verschwindet und erscheint er auch für diesen Fall in einem Jahre zwei Mal.

III. Da die Länge des Perihels des Saturns um  $100^\circ$  grösser ist als die Länge des  $\Omega$  des Ringes, folglich fast in der Mitte F zwischen dem  $\Omega$  und  $\vartheta$  des Ringes liegt, in denen der Ring Cc durch die Sonne geht; so wird die Zeit vom aufsteigenden Knoten C bis zum absteigenden c, wegen des Saturns langsamerer Bewegung bei F, viel grösser seyn als die Zeit von c nach C; jene beträgt 15 Jahre 293<sup>d</sup>, diese 13 Jahre 240<sup>d</sup>.

IV. Die vortheilhaftesten Umstände für die Sichtbarkeit des Ringes sind, wenn die Erde in s ist, während sich der Ring in Nn befindet. Während des ersten Halbjahres bleibt die Erde auf dem Bogen sBEt, der Ring zwischen T u. st, jene also auf seiner erleuchteten Seite. In t trifft sie mit seiner Ebene zusammen, verlässt sie aber sogleich wieder. In dieser Zeit ist Saturn in Konjunktion mit der Sonne, also wegen der Sonne unsichtbar, und der Ring verschwindet eigentlich gar nicht.

V. Die nachtheiligsten Umstände für die Sichtbarkeit des Ringes sind, wenn die Erde in t ist, während sich der Ring in Nn befindet. Dann begegnet ihr der Ring, nach ungefähr 7 Wochen, in a, verschwindet, und lässt sie 4,5 Monate auf seiner dunkeln Seite, bis sie zugleich mit dem Ringe in s eintrifft; Saturn ist nun in C in Opposition, der Ring aber unsichtbar, weil er durch die Sonne und Erde geht. Dann tritt die Erde in B auf seine dunkle Seite, und bleibt 4,5 Monate unsichtbar, bis er ihr in b begegnet. Also ist er 9 Monate lang unsichtbar; die möglich grösste Unsichtbarkeit.

### §. 378.

**Erfahrung.** Nachdem man durch vieljährige Beobachtungen im Stande war, jede Finsterniss des Jupiters-  
trabanten genau vorher zu berechnen; so fand sich, dass die Beobachtungen zwar mit der Rechnung sehr gut übereinstimmten, wann Jupiter in einer der Quadraturen mit der Sonne war, aber desto mehr davon abwichen, je näher er der Konjunktion oder Opposition kam, und zwar, dass zwischen den Quadraturen und der Opposition die Finsterniss immer früher, zwischen den Quadraturen und der Konjunktion aber später beobachtet wurde, als es nach der Rechnung seyn sollte. Diese Abweichung von der Rechnung stieg sogar in der Opposition bis zu  $8' 13''$ ,  $33 \dots$ , und eben so hoch in der Konjunktion, so dass die Differenz zwischen der Voreilung in der Opposition und der Verspätung in der Konjunktion sich beinahe auf  $16' 27''$  belief. In den andern, zwischen jenen äus-



sersten Orten liegenden Punkten war die Acceleration und Retardation immer verhältnissmässig; die Finsternisse erschienen desto früher oder später, je weniger oder mehr Jupiter von der Erde entfernt war, und zwar genau im Verhältnisse dieser Entfernungen.

§. 379.

**Zusatz.** Der Trabant des Jupiters verschwindet uns, wann der letzte Strahl, der von ihm ausging, unser Auge trifft, und wir sehen ihn wieder aus dem Schatten treten, wann sein erster Strahl unser Auge erreicht. Das Licht des Jupiters und seiner Trabanten braucht aber nach obiger Erfahrung bald mehr bald weniger Zeit, um in unser Auge zu kommen, je nachdem der Jupiter mehr oder weniger von uns entfernt ist; es braucht in der Konjunktion so viel mehr als in der Opposition, als es nöthig hat, den Durchmesser der Erdbahn zu durchlaufen, d. i.  $16' 27''$ .

§. 380.

**Zusatz.** Der Halbmesser der Erdbahn beträgt im Mittel 20891000 geographische Meilen. Durch diese kömmt das Licht in  $8' 13'', 33$  . . ; also legt es in  $1' 42356$  Meilen zurück.

§. 381.

**Zusatz.** Die Erde legt in ihrem jährlichen Laufe  $20'', 45$  binnen  $8' 13'', 33$  zurück. Dieser Bogen beträgt in Theilen des Halbmessers 0,000099144. Da das Licht in der nämlichen Zeit den ganzen Halbmesser zurücklegt, so ist die Geschwindigkeit des Lichtes zu jener der Erde wie 10086 : 1.

---



---

## Zweiter Abschnitt.

### Verfinsterungen des Mondes und Bedeckungen der Sonne.

#### §. 382.

**Erklärung.** Wenn ein undurchsichtiger Körper von einem leuchtenden Punkte das Licht auffängt, so entsteht hinter dem Körper an der vom Lichte abgewandten Seite ein Raum, wohin kein Licht vom leuchtenden Punkte gelangen kann, d. h. ein Schatten. Wenn ein anderer Körper in diesen Raum gesetzt wird, so wird er entweder ganz oder zum Theil von dem, den Schatten werfenden, Körper verfinstert.

#### §. 383.

**Zusatz.** Wenn mehr als ein leuchtender Punkt oder ein ganzer leuchtender Körper einen dunkeln Körper bescheint, so wird von jedem der leuchtenden Punkte, welche dem letztern zugekehrt sind, Licht auf den dunkeln Körper fallen, und dieser wird so viele Schatten werfen, als leuchtende Punkte da sind. Derjenige Schattenraum, wohin kein Licht dringen kann, heisst der Kernschatten; die an ihm liegenden Schattenräume, wohin Licht von einzelnen oder mehrern leuchtenden Punkten gelangen kann, heissen Halbschatten.



## §. 384.

**Zusatz.** Wenn eine dunkle Kugel von einer grössern leuchtenden das Licht erhält, so ist der Kernschatten kugelförmig, so dass die Spitze vom leuchtenden Körper abgewandt ist, wie z. B. FDJ (Fig. 31.), wenn die Kugel um A beleuchtend, und jene um B beleuchtet ist.

## §. 385.

**Erklärung.** Wenn zwei dunkle Weltkörper an einerlei Seite der Sonne mit dieser in gerader oder beinahe gerader Linie stehen, so wird die Sonne dem entferntern Weltkörper von dem nähern ganz oder zum Theil bedeckt, und der entferntere wird durch den Kern- oder Halbschatten des nähern verfinstert. Die Sonne kann dem Erdebewohner bedeckt werden von dem Monde, der Venus und dem Merkur. Wenn es vom Monde geschieht, so kann es ganz oder zum Theil geschehen, und man nennt diese Begebenheit **Sonnenbedeckung**. Wenn die Sonne dem Monde durch die Erde bedeckt wird, so entsteht eine **Mondsfinsterniss**. Eine totale Sonnenbedeckung sieht das Auge nur dann, wann es in den Kernschatten des Mondes kömmt; eine partiale, wann es in den Halbschatten kömmt. Ist es in der Axe des Schattenkegels, aber jenseits der Spitze des Kernschattens, so sieht es eine ringförmige Sonnenbedeckung, da nämlich der dunkle Mond mitten vor der Sonne und rings um denselben ein heller Rand erscheint.

## §. 386.

**Zusatz.** Da die Sonne vielmal grösser ist als die Erde und ihr Mond, so sind die Schatten dieser beiden Körper kegelförmig, so dass die Spitze des Kernschattens von der Sonne abgewandt ist, und erstrecken sich nur auf eine gewisse Weite hinter der Erde oder dem Monde hinaus.



## §. 387.

**Aufgabe.** Aus der Entfernung der Erde von der Sonne und ihren Halbmessern die Länge des Erdschattens zu finden.

**Auflösung.** Man drücke jene Entfernung in Erdhalbmessern aus, und dividire sie durch die Differenz der Halbmesser der beiden Himmelskörper; so hat man die gesuchte Länge in Erdhalbmessern.

**Beweis.** Es ist (Fig. 31.)

$$\begin{aligned} \text{AR} : \text{RJ} &= \text{BJ} : \text{BD}, \text{ oder} \\ \text{AL} - \text{BJ} : \text{AB} &= \text{BJ} : \text{BD}, \text{ mithin} \\ \text{BD} &= \frac{\text{AB} \cdot \text{BJ}}{\text{AL} - \text{BJ}}. \end{aligned}$$

## §. 388.

**Aufgabe.** Den aus dem Mittelpunkte der Erde gesehenen scheinbaren Halbmesser des Erdschattens in der Gegend, wo der Mond durchgeht, zu finden.

**Auflösung.** Man addire die Horizontalparallaxen der Sonne und des Mondes, und vermindere diese Summe um den scheinbaren Halbmesser der Sonne.

**Beweis.** Es sey wieder A der Mittelpunkt der Sonne, und B jener der Erde; der Mond gehe in C durch den Kernschatten der Erde, dessen Halbmesser daselbst CG sey. Mithin ist die gesuchte Grösse der Winkel CBG. Es ist nun

$$\begin{aligned} \text{CBG} &= \text{HBG} - \text{HBC} \\ &= \text{BEF} + \text{BGF} - \text{HBC} \\ &= \text{BEF} + \text{BGF} - \text{ABE}. \end{aligned}$$

## §. 389.

**Beispiel.** Es sey für die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne die

|                                      |   |    |    |        |
|--------------------------------------|---|----|----|--------|
| Horizontalparallaxe der Sonne        | = | 0° | 0' | 8'', 6 |
| des Mondes                           | = | 0  | 57 | 3, 0   |
| <hr/>                                |   |    |    |        |
| Summe                                | = | 0  | 57 | 11, 6  |
| scheinbarer Halbmesser der Sonne     | = | 0  | 16 | 1, 0   |
| <hr/>                                |   |    |    |        |
| scheinb. Halbmesser des Erdschattens | = | 0  | 41 | 10, 6  |
| scheinb. Durchmesser d. Erdschattens | = | 1  | 22 | 21, 2. |



## §. 390.

**Zusatz.** Da der scheinbare Durchmesser des Mondes nur  $31' 9''$  in der mittlern Entfernung beträgt, so kann sich der Mond ganz in den Erdschatten einsenken, und einige Zeit darin verweilen. Begreiflich wird der Halbmesser des Schattens in der Gegend, wo der Mond durchgeht, am grössten gefunden, wenn der Mond in der Erdnähe und die Erde in der Sonnenferne ist. Die Verweilung des Mondes in dem Erdschatten beträgt höchstens 1,75 Stunde. Die Länge des Erdschattens beträgt ungefähr 215 Erdhalbmesser; mithin kann der Mond, der nur etwa 60 Erdhalbmesser entfernt ist, niemals jenseits der Spitze des Schattenkegels vorbeigehen.

## §. 391.

**Zusatz.** Läge die Bahn des Mondes ganz oder beinahe in einer Ebene mit der Erdbahn, so würde bei jedem Vollmonde eine Mondsfinsterniss seyn. Da aber die erste Bahn gegen die andere unter einem Winkel von etwa  $5^\circ$  geneigt ist, so können nur dann Mondsfinsternisse erfolgen, wenn der Mond zur Zeit des Vollmonds seinem Knoten, d. h. der Ekliptik, nahe genug ist, um von dem Erdschatten, dessen Axe immer in der Ebene der Ekliptik ist, getroffen zu werden. Hat er nicht gerade diese Stellung, so geht er zur Zeit des Vollmondes unter oder über dem Erdschatten hinweg. Es findet sich nun nach §. 388. der grösste scheinbare Halbmesser dieses

|                                             |              |
|---------------------------------------------|--------------|
| Schattens                                   | = $45' 48''$ |
| und zugleich ist der grösste Halbmesser des |              |
| Mondes                                      | = $16 45$    |

|           |           |
|-----------|-----------|
| Summe     | = $62 33$ |
| Differenz | = $29 3$  |

Ist die Breite des Mondes grösser als jene Summe, so ist keine Mondsfinsterniss, und ist sie grösser als jene Differenz, so ist keine totale Verfinsterung möglich. Ferner findet man den kleinsten scheinbaren Halb-



messer des Schattens =  $37' 54''$ . Hieraus und aus dem kleinsten scheinbaren Radius des Mondes =  $14' 43''$  lässt sich leicht bestimmen, bei welcher Breite des Mondes die Finsternisse erfolgen müssen.

### §. 392.

Anmerkung. Schon aus dem vorhergehenden §. wird die Seltenheit der Mondsfinsternisse begreiflich. Hierzu kömmt aber noch folgender Umstand. Obgleich der Mond in  $27^d, 2122$  den ganzen Thierkreis umläuft, und von einem Knoten bis wieder zum nämlichen geht; so kömmt er doch alle Mal erst nach  $29^d, 53$  wieder in Opposition oder Konjunktion mit der Sonne, und hat in dieser Zeit gegen  $390^\circ$  im Thierkreise zurückgelegt. Gesetzt also: der Mond sey heute voll in Opposition, und nahe bei s einem Knoten, mithin verfinstert, so muss er in dem zunächst folgenden Gegenschein beinahe um  $30^\circ$  von diesem Knoten gegen Osten entfernt seyn, wo dann seine Breite zu gross ist, als dass er vom Erdschatten getroffen werden könnte. Bei dem zweiten und den folgenden Vollmonden nimmt diese Entfernung jedes Mal um etwa  $30^\circ$  zu, bis dieselben nach 6 Monaten nahe an den gegenüberstehenden Knoten fallen, und wieder eine Finsterniss möglich wird. Jene Zunahme wird noch durch die rückgängige Bewegung der Knoten vermehrt. Diese ist auch die Ursache, dass die chaldäische Periode nur näherungsweise zur Bestimmung der Wiederkehr der Mondsfinsternisse dient. (§. 356.).

### §. 393.

Anmerkung. Wann wir eine Mondsfinsterniss sehen, so sehen die Bewohner des Mondes, welche der Erdschatten trifft, eine Sonnenbedeckung; niemals jedoch können sie eine ringförmige erblicken, weil sie jenseits der Spitze des Schattenkegels der Erde sind, oder, welches einerlei ist, weil der scheinbare Durchmesser der



Erde immer grösser ist als der scheinbare Durchmesser des Mondes. Übrigens verschwindet uns der Mond nicht immer gänzlich, selbst bei totalen Finsternissen, sondern behält meistens ein röthliches schwaches Licht, welches von demjenigen Lichte herrührt, das durch die Atmosphäre der Erde gebrochen wird. Daher ist auch dieses röthliche Licht am stärksten, wenn die Finsterniss sich in der Erdferne ereignet, weil die rothen gebrochenen Strahlen die Mitte des Schattenkegels erreichen können. Bei grossen Finsternissen ist aber der Mond auch schon so gänzlich verschwunden, dass man ihn selbst mit Fernrohren nicht finden konnte. Die Beschaffenheit der Erdatmosphäre hat hierbei begreiflich vielen Einfluss.

## §. 394.

**Aufgabe.** Es ist gegeben: die Zeit  $t$  der Opposition des Mondes; dann für diese Zeit seine wahre Länge  $l$  und Breite  $b$  nebst deren stündlichen Änderungen  $dl$  und  $db$ ; die scheinbaren Halbmesser des Mondes und der Sonne, oder  $R$  und  $r$ , so wie ihre Horizontalparallaxen  $\Pi$  und  $\pi$ ; endlich die wahre Länge  $\lambda$  der Sonne und die stündliche Bewegung  $d\lambda$ . Hieraus die allgemeinen Elemente einer Mondsfinsterniss zu berechnen.

**Auflösung. 1.** Es sey  $NF$  (Fig. 32.) die Ekliptik,  $O$  in Opposition mit der Sonne und in der Axe des Schattenkegels, dessen auf der Ekliptik senkrechter halber Durchschnitt durch den Halbkreis  $CQF$  dargestellt wird; ferner sey  $NAV$  die Bahn des Mondes,  $AO$  seine Breite zur Zeit der Opposition. Für die Dauer der Finsterniss kann die Entfernung des Mondes von der Erde als konstant, jene Bahn als eine relative angenommen, und die relative Bewegung des Mondes in der Ekliptik  $= dl - d\lambda$  gesetzt werden. Ferner hat man für irgend einen beliebigen Punkt  $C$  in der Ekliptik

$$NC : LC = 1 : \operatorname{tg} N, \text{ und daraus allgemein}$$

$$\operatorname{tg} N = \frac{db}{dl - d\lambda}. \quad (1)$$



Der Perpendikel  $Om = e$  ist die kürzeste Entfernung des Mittelpunktes des Schattens von der Mondbahn, und

$$Om = AO \cdot \cos AOm = AO \cdot \cos N \text{ oder } e = b \cos N. \quad (2)$$

Da  $m$  der Ort der Mitte der Finsterniss ist, so hat man  $Am = AO \cdot \sin AOm = AO \cdot \sin N$ , oder

$$Am = b \cdot \sin N. \quad (3)$$

Diese Mitte wird aber der Mittelpunkt des Mondes in der nämlichen Zeit nach und vor der Opposition erreichen, welche er dazu braucht, seine Breite um  $An$  zu ändern. Es ist aber im Dreiecke  $Amn$

$$An : Am = \sin Amn : \sin tot$$

$$An = Am \cdot \sin N, \text{ und wegen (3.)}$$

$$An = b \cdot \sin^2 N.$$

Da nun  $db$  die stündliche Veränderung in der Breite ist, so ist auch

$$b \cdot \sin^2 N : db = x : 1^h$$

$$x = \frac{b \cdot \sin^2 N}{db}.$$

Drückt man alle Zeiten in Stunden und ihren Decimalen aus, und nennt man  $\vartheta$  die Zeit der Mitte der Finsterniss; so ist

$$\vartheta = t \pm \frac{b \cdot \sin^2 N}{db}, \quad (4)$$

wobei südliche  $b$  negativ genommen werden, und das obere Zeichen dann gültig ist, wenn der Mond zu seinem Knoten hin —, das untere, wenn er davon weggeht.

2. Die partiale Finsterniss wird anfangen, wann der Mittelpunkt des Mondes in  $L$ , und mithin statt  $Om$  die Entfernung des Schattencentrums von jenem Mittelpunkte  $LO = OE + LE = \Pi + \pi - r + R$  ist, (§. 388.). Alsdann hat man

$$Om = LO \cdot \cos LOm \text{ oder}$$

$$e = (\Pi + \pi - r + R) \cos X$$



$$\cos X = \frac{e}{\Pi + \pi - r + R}; \text{ ferner} \quad (5)$$

$$mL = mO \cdot \operatorname{tg} LOm$$

$$= AO \cdot \cos AOm \cdot \operatorname{tg} X$$

$$= b \cdot \cos N \cdot \operatorname{tg} X$$

$$AL = Am + mL$$

$$= b \cdot \sin N + b \cdot \cos N \cdot \operatorname{tg} X$$

$$Ar = (b \cdot \sin N + b \cdot \cos N \cdot \operatorname{tg} X) \sin N$$

$$= b \cdot \sin^2 N + b \cdot \sin N \cdot \cos N \cdot \operatorname{tg} X$$

$$An - Ar = - b \cdot \sin N \cdot \cos N \cdot \operatorname{tg} X.$$

Es ist aber  $An - Ar$  die Änderung der Breite zwischen den Orten  $L$  und  $m$ ; mithin die Zeit des Anfangs und des Endes der partialen Finsterniss

$$\text{oder } T = \vartheta + \frac{b \cdot \sin N \cdot \cos N \cdot \operatorname{tg} X}{db}, \quad (6)$$

wobei wieder südliche Breiten negativ genommen werden.

3. Der Anfang der totalen Finsterniss wird seyn, wann der Mittelpunkt des Mondes in  $M$ , und mithin seine Entfernung vom Schattencentrum  $OM = OR - MR = \Pi + \pi - r - R$  ist. Dann hat man

$$Om = OM \cdot \cos MOm \text{ oder}$$

$$e = (\Pi + \pi - r - R) \cos Y$$

$$\cos Y = \frac{e}{\Pi + \pi - r - R}, \quad (7)$$

und hieraus auf die nämliche Weise, wie vorhin, Anfangs und Ende der totalen Finsterniss

$$\text{oder } T' = \vartheta + \frac{b \cdot \sin N \cdot \cos N \cdot \operatorname{tg} Y}{db}. \quad (8)$$

4. Denkt man den scheinbaren Halbmesser des Mondes in sechs gleiche Theile oder Zolle getheilt, so ist für eine Finsterniss von  $k$  Zollen

$$\cos Z = \frac{e}{\Pi + \pi - r + \left(1 - \frac{k}{6}\right) R}, \quad (9)$$



und die Zeit des Anfangs und des Endes dieser Finsterniss oder

$$z = 9 \frac{b \cdot \sin N \cdot \cos N \cdot \operatorname{tg} Z}{db} \quad (10)$$

5. Der verfinsterte Theil wird am grössten seyn, wann der Mittelpunkt des Mondes in m ist. Denkt man nun m auf M, so ist

$$\begin{aligned} KR &= OR - OK = OR - (OM - KM) \\ &= \Pi + \pi - r - e + R, \end{aligned}$$

mithin, wenn Q die Grösse der Finsterniss in Zollen bedeutet,

$$6 : R = Q : \Pi + \pi - r - e + R, \text{ also}$$

$$Q = \frac{6}{R} (\Pi + \pi - r - e + R).$$

Findet keine partiale oder keine totale Finsterniss statt, so ist  $\cos X$  oder  $\cos Y$  grösser als die Einheit, und somit unmöglich.

#### §. 395.

Anmerkung. Man setzt gewöhnlich  $\frac{61}{60} (\Pi + \pi - r)$  statt  $(\Pi + \pi - r)$ , um mehr Übereinstimmung der Rechnungen mit den Beobachtungen hervorzubringen; denn meistens ist die beobachtete Dauer der Finsterniss etwas grösser als die berechnete, was man der Atmosphäre der Erde zuschreibt, die besonders nahe an der Erdoberfläche so dicht ist, dass sie die Sonnenstrahlen nicht bis zum Monde gelangen lässt, und also den Erdschatten vergrössert.

In allen vorhergehenden Formeln muss man, um dl zu finden, l für sehr nahe liegende Zeiten suchen, weil sich die Länge des Mondes schnell und ungleichförmig ändert.

#### §. 396.

Aufgabe. Zu bestimmen, ob die nach der vorhergehenden Anweisung berechnete Finsterniss an dem Orte sichtbar sey, für dessen Zeit sie berechnet ist.



**Auflösung.** Man suche für den Tag der Finsterniss und jenen Ort die Zeit des Sonnenuntergangs, mit welchem man die einzelnen Elemente der Finsterniss vergleicht.

## §. 397.

**Aufgabe.** Die Gegenden der Erde zu finden, welche die nämliche Finsterniss sehen.

**Auflösung.** Da der Mond in Opposition ist, so liegt der Ort, in dessen Meridiane derselbe ist, und der zugleich den Anfang der Finsterniss sieht, um so viel östlicher von demjenigen, für dessen Meridian die Finsterniss berechnet ist, als 12 Stunden weniger der Anfangszeit der Finsterniss betragen. Man bringe nun in das Zenith eines Erdglobus den Ort, dessen Länge auf diese Weise gefunden worden, und dessen Breite einerlei ist mit der gleichzeitigen Deklination der Sonne. Alsdann sind alle Orte, welche den Anfang der Finsterniss sehen, über dem Horizonte. Auf gleiche Weise verfährt man für das Ende der Finsterniss. Der beiden grössten Kreisen gemeinschaftliche Theil der Erdoberfläche schliesst alle Orte in sich, welche die Finsterniss während ihrer ganzen Dauer sehen.

## §. 398.

**Beispiel.** Die Mondsfinsterniss, welche am 3. November 1827 in den Abendstunden sichtbar war, wird aus folgenden Elementen berechnet: Wahre Regensburger Zeit der Opposition  $6^h 0' 14''$ , und für dieselbe

|                             |                                     |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| $l = 40^\circ 33' 4''$      | $\lambda = 220^\circ 33' 4''$       |
| $b = 0 \ 28 \ 59$ südlich   | $r = 0 \ 15 \ 11$                   |
| $db = 0 \ 2 \ 54$ zunehmend | $\pi = 0 \ 0 \ 9$                   |
| $R = 0 \ 15 \ 11$           | $d\lambda - d\lambda = 0 \ 28 \ 48$ |
| $\Pi = 0 \ 55 \ 43$         | $\delta = 15 \ 5 \ 0$ südlich.      |



Es geben nun die vorhergehenden Gleichungen mit ihrer Verbesserung (§. 395.)

$$1) \quad N = 5^{\circ} 45'$$

$$2) \quad e = -28', 83$$

$$4) \quad \vartheta = t - 0^h 6' 1'' = 5^h 54' 13''$$

$$5) \quad X = 58^{\circ} 45'$$

$$6) \quad T = \vartheta \mp 1^h 38' 31'', \text{ also}$$

$$\text{Anfang} = 4 \quad 15 \quad 42$$

$$\text{Ende} = 7 \quad 32 \quad 44$$

$$11) \quad Q = \frac{6}{R} \cdot 26,75 = 10,5 \text{ Zoll}$$

7)  $\cos Y > 1$ , also  $Y$  unmöglich, und die Finsterniss partial.

Ferner berechne man (§. 150.) die Zeit des Sonnenunterganges für Regensburg und für  $\delta = -15^{\circ} 5'$ , wodurch man  $4^h 48'$  findet. Da nun der Anfang der Finsterniss vor diese Zeit fällt, so ist der Mond zur Zeit dieses Anfangs noch nicht für Regensburg aufgegangen, also auch dieser Anfang in Regensburg nicht sichtbar, aber wohl die Mitte und das Ende. Der Punkt der Erde, welcher den Mond zur Zeit seiner Opposition im Meridiane, und zugleich den Anfang der Finsterniss sieht, ist  $12^h - 4^h 16' = 7^h 44'$  östlich von Regensburg entfernt, und seine geographische Breite ist  $\delta = -15^{\circ} 5'$ .

Für Lissabon, dessen Länge  $1^h 25'$  westlich von Regensburg und dessen Polhöhe  $38^{\circ} 42'$  ist, geht an diesem Tage die Sonne um  $5^h 10'$  unter; der Anfang der Finsterniss aber hat um  $2^h 51'$  und das Ende um  $6^h 8'$  Lissaboner Zeit statt; also sieht diese Stadt nur die letzten Erscheinungen dieser Finsterniss.

### §. 399.

Anmerkung. Der graue Halbschatten, welcher den schwarzen Kernschatten umgibt, und je näher demselben desto dunkler wird, bis er sich mit ihm vermischt, macht es sehr schwer, den Anfang und das Ende einer Finsterniss genau zu beobachten. Die genaueste Beobachtung



gewähren noch die Ein- und Austritte der einzelnen Mondsflecken, indem man bei diesen zwei Phänomenen den aus der obigen Ursache herrührenden Fehler gleich gross, aber entgegengesetzt macht. Da übrigens der Mond wirklich in den Schatten taucht, so hat hier die Parallaxe keinen Einfluss, und jeder Beobachter, welcher den Mond verfinstert sieht, kann Observationen zur Bestimmung der geographischen Länge seines Ortes machen. (§. 301. 302.).

#### §. 400.

Anmerkung. Die Länge des Mondschattens findet man auf die aus §. 387. ersichtliche Weise. Sie beträgt etwa 215 Mondhalbmesser. Ein solcher ist nur nahe 0,273 Erdhalbmesser; also beträgt die Länge des Mondschattens 58,7 Erdhalbmesser. Da nun der Mond bald weniger bald mehr von der Erde entfernt ist, so kann die Erde zuweilen vom Kernschatten des Mondes getroffen werden, zuweilen aber jenseits desselben bleiben. In der grössten Nähe kann die Spitze des Schattenkegels  $3\frac{1}{7}$  Erdhalbmesser über den Mittelpunkt der Erde hinausfallen, in der mittlern Entfernung erreicht sie die Erde noch nicht, sondern bleibt noch  $\frac{3}{8}$  Erdhalbmesser, und in der grössten Entfernung gar um 5 Erdhalbmesser von der Erdoberfläche entfernt. Dieser Umstand, so wie die im §. 391. angestellten Betrachtungen, welche auch hier zur Erläuterung dienen, lassen einsehen, warum nicht jeder Neumond eine Sonnenbedeckung mit sich bringt. Jedoch müssen jährlich wenigstens zwei Sonnenbedeckungen eintreffen, weil die Sonne immer nach 6 Monaten in die Nachbarschaft der Mondsknoten kömmt. Übrigens erhellt von selbst, dass die chaldäische Periode auch bei diesen Phänomenen Dienste leistet (§. 392.), und dass eine Sonnenbedeckung in den Abendländern früher als in den Morgenländern gesehen wird, weil sich der Mond in seiner Bahn und die Erde um ihre Axe von Westen nach Osten bewegt.



## §. 401.

**Aufgabe.** Aus den bekannten Horizontalparallaxen  $\pi$  und  $\Pi$ , dann den scheinbaren Halbmessern  $r$  und  $R$  der Sonne und des Mondes die grösste geocentrische Entfernung der Mittelpunkte dieser Himmelskörper von einander, bei welcher eine Sonnenbedeckung statt finden kann, zu bestimmen.

**Auflösung.** Es seyen  $S, T, M$  (Fig. 33.) die Mittelpunkte, und  $Ss, Tt, Mm$  die Halbmesser der Sonne, der Erde und des Mondes. Eine Sonnenbedeckung erfolgt für  $t$ , wann  $m$  die Tangente  $ts$  berührt. Es ist dann der gesuchte Abstand oder der Winkel

$$\begin{aligned} MTS &= mTs + sTS + MTm \\ &= Tmt - msT + sTS + MTm \\ &= \Pi - \pi + r + R. \end{aligned}$$

## §. 402.

**Zusatz 1.** Eine centrale Sonnenbedeckung beginnt für  $t$ , wann  $M$  in  $L$  angekommen ist, und dann ist

$$LTS = TLt - TSt = \Pi - \pi.$$

**2.** Eine totale Sonnenbedeckung erfolgt für  $t$ , wann  $m$  nach  $K$  gekommen ist. Wäre dann der Mittelpunkt der Sonne in  $L$ , so hat man

$$\begin{aligned} LTS &= STK + KTL \\ &= \sigma TK - \sigma TS + KTL \\ &= TKt - T\sigma K - \sigma TS + KTL \\ &= \Pi - \pi - r + R. \end{aligned}$$

**3.** Eine ringförmige Finsterniss wird in  $t$  beobachtet, wann  $m$  in  $l$  und  $M$  in  $L$  ist. Es ist aber in diesem Falle

$$\begin{aligned} LTS &= ITS - ITL \\ &= lTs + STs - ITL \\ &= T\lambda t - TSt + STs - ITL \\ &= \Pi - \pi + r - R. \end{aligned}$$



## §. 403.

**Aufgabe.** Es ist gegeben: die Zeit  $t$  der Konjunktion des Mondes; dann für diese Zeit seine Rektascension  $a$  und Deklination  $d$  nebst deren stündlichen Änderungen  $da$  und  $dd$ , die scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes oder  $r$  und  $R$ , und ihre Horizontalparallaxen  $\pi$  und  $\Pi$ ; endlich die Rektascension  $\alpha$  und Deklination  $\delta$  der Sonne nebst den stündlichen Änderungen  $d\alpha$  und  $d\delta$ . Hieraus die allgemeinen Elemente einer Sonnenbedeckung zu finden.

**Auflösung.** Es sey  $NF$  (Fig. 32.) der Äquator,  $O$  der Mittelpunkt der Sonne  $CQF \dots$ , und  $NAV$  die relative Bahn des Mondes.  $AO = d - \delta$  sey die Differenz der beiden Deklinationen zur Zeit der Konjunktion. Die relative Bewegung des Mondes im Äquator ist  $da - d\alpha$ . Da er aber bei seinem Knoten, mithin die Grösse  $d - \delta$  während der Bedeckung nicht beträchtlich ist; so kann seine relative Bewegung auf  $NAV$  durch

$(da - d\alpha) \cos \frac{d + \delta}{2}$  ausgedrückt werden. Endlich ist  $dd - d\delta$  seine relative Bewegung in der Deklination. Also hat man, mit Beziehung auf die Formeln der §. 394.

$$402., \quad \operatorname{tg} N = \frac{dd - d\delta}{(da - d\alpha) \cos \frac{d + \delta}{2}}, \quad (1)$$

$$e = (d - \delta) \cos N, \quad (2)$$

$$\vartheta = t \pm \frac{(d - \delta) \sin^2 N}{dd - d\delta}, \quad (4)$$

wobei wieder südliche Deklinationen negativ genommen werden, und das obere Zeichen dann gültig ist, wann der Mond zu seinem Knoten hin-, das untere, wann er davon weggeht. Ferner ist, wenn die Sonnenbedeckung

$$\text{partial:} \quad \cos X = \frac{e}{\Pi - \pi + r + R} \quad (5)$$

$$\text{central:} \quad \cos V = \frac{e}{\Pi - \pi} \quad (5')$$



total und  
ringförmig:  $\cos Y = \frac{e}{\Pi - \pi \pm (R - r)}$  (7)

von  $k''$ :  $\cos Z = \frac{e}{\Pi - \pi + R + (1 - \frac{k}{6})} r$ . (9)

Endlich hat man die nachstehende allgemeine Formel

$$T = 9 \frac{(d - \delta) \sin N \cdot \cos N \cdot \operatorname{tg} A}{dd - d\delta}, \quad (10)$$

in welcher für die verschiedenen Arten der Bedeckung die respektiven Werthe von  $X$ ,  $V$ ,  $Y$ ,  $Z$  an die Stelle des  $A$  gesetzt werden, und

$$Q = \frac{6}{r} (\Pi - \pi + r + R - e). \quad (11)$$

#### §. 404.

**Aufgabe.** Die Lage des Mittelpunktes des Mondes gegen den Mittelpunkt der Erde zu finden.

**Auflösung.** Wenn man durch  $BCD$  (Fig. 3.) die Ebene des Äquators, und durch  $BCD'$  eine andere gelegt denkt, welche gegen die erste unter dem Winkel  $DCD' = \delta$  geneigt ist; so hat man (§. 63.)

$$Cc = Cc$$

$$cb' = cb \cdot \cos \delta + ab \cdot \sin \delta \quad (1)$$

$$ab' = ab \cdot \cos \delta - cb \cdot \sin \delta. \quad (2)$$

Da nun für den in  $a$  befindlichen Mond der Winkel  $aCb = d$  und  $DCb = a - \alpha$  ist; so erhält man (§. 64.)

$$Cc = aC \cdot \cos d \cdot \sin (a - \alpha) \quad (13)$$

$$cb = aC \cdot \cos d \cdot \cos (a - \alpha) \quad (15)$$

$$ab = aC \cdot \sin d, \quad (9)$$

mithin durch Substitution, wenn man die Entfernung  $aC$  des Mittelpunktes des Mondes von dem der Erde  $= 1$  setzt,

$$Cc = \cos d \cdot \sin (a - \alpha) \quad (A)$$

$$cb' = \sin d \cdot \sin \delta + \cos d \cdot \cos (a - \alpha) \cos \delta \quad (B)$$

$$ab' = \sin d \cdot \cos \delta - \sin d \cdot \cos (a - \alpha) \cos \delta. \quad (C)$$



## §. 405.

**Zusatz.** Auf eine ähnliche Weise lässt sich auch die Lage des Beobachters gegen den Mittelpunkt der Erde bestimmen. Da nämlich die Horizontalparallaxe  $\Pi$  des Mondes als die Entfernung des Beobachters vom Mittelpunkte der Erde betrachtet werden kann, so hat man für die Polhöhe  $\varphi$  und den Stundenwinkel  $s$

$$(Cc) = \Pi \cdot \cos \varphi \cdot \sin s \quad (D)$$

$$(cb') = \Pi (\sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos s \cdot \cos \delta) \quad (E)$$

$$(ab') = \Pi (\sin \varphi \cdot \cos \delta - \cos \varphi \cdot \cos s \cdot \sin \delta). \quad (F)$$

## §. 406.

**Anmerkung.** Von dem im §. 404. entwickelten analytischen Ausdrücken gebraucht man nur den von  $Cc$  und  $ab'$ , und berechnet diese gewöhnlich für die ganze Dauer der Bedeckung, etwa von Stunde zu Stunde.

## §. 407.

**Aufgabe.** Den Ort auf der Erdoberfläche zu finden, welcher den Anfang oder das Ende einer Sonnenbedeckung unter allen zuerst oder zuletzt sieht.

**Auflösung.** Es sey  $DR$  (Fig. 34.) die durch den Mittelpunkt  $A$  der Erde gelegte Ebene des Äquators,  $B$  der Ort des Beobachters und  $L$  der Mittelpunkt des Mondes, also  $AD = Cc$  und  $DL = ab'$ . Es sey nun  $\delta = 0$ , d. h. die Sonne in der Ebene  $DR$  hinter  $A$ , und  $AL = \Delta$  sey die gerade Linie, welche den Mittelpunkt der Sonne mit dem aus der Erde gesehenen Mittelpunkte des Mondes verbindet. Heisst ferner  $N$  die Neigung der Mondsbahn gegen den Äquator, so hat man den Winkel

$$MPA = MLD, \text{ weil } CP \text{ parallel mit } DL \text{ ist, und}$$

$$PMA = LDR = R, \text{ also}$$

$$PAM = LRD = N; \text{ ferner}$$

$$AP = DL - LN = ab' - PN \cdot \operatorname{tg} LPN$$

$$= ab' - Cc \cdot \operatorname{tg} N$$



$$AM = AP \cdot \cos PAM$$

$$= (ab' - Cc \cdot \operatorname{tg} N) \cos N, \text{ und zugleich}$$

$$AM = AL \cdot \sin ALM$$

$$= \Delta \cdot \sin h, \text{ also}$$

$$\sin h = \frac{(ab' - Cc \cdot \operatorname{tg} N) \cos N}{\Delta}$$

$$= \frac{ab' \cdot \cos N - Cc \cdot \sin N}{\Delta}, \quad (G)$$

worin  $ab'$  und  $Cc$  aus (A.) und (C.) im §. 404., und  $N$  aus (1.) im §. 403. gefunden seyn müssen.

Da nun der Winkel

$$LAD = LON = O'P + LPO = h + N, \text{ und}$$

$$BC = AB \cdot \sin (h + N) = \Pi \cdot \sin (h + N)$$

ist, so wird durch Komparation mit (F.)

$$\sin \varphi \cdot \cos \delta - \cos \varphi \cdot \cos s \cdot \sin \delta = \sin (h + N).$$

Weil aber der gesuchte Ort die Sonne im Horizonte sieht, und also  $\cos s = -\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta$  ist (§. 73.), so entsteht durch Substitution dieses Werthes und durch Multiplikation mit  $\cos \delta$ ,

$$\begin{aligned} \sin (h + N) \cos \delta &= \sin \varphi \cdot \cos^2 \delta + \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot \sin \delta \cdot \cos \delta \\ &= \sin \varphi (\cos^2 \delta + \sin^2 \delta) \\ &= \sin \varphi. \end{aligned} \quad (H)$$

Je nachdem man nun einen der im §. 401. 402. gefundenen Werthe für  $\Delta$  in der Formel (G.) substituirt, erhält man  $\varphi$  derjenigen Orte, welche den Anfang oder das Ende einer partialen, centralen etc. Sonnenbedeckung unter allen Orten zuerst oder zuletzt sehen.

Da man endlich den für einen bestimmten Meridian, z. B. jenen von Paris, berechneten Zeitmoment  $S$  aus §. 403. kennt, und die wahre Zeit des Ortes oder den Stundenwinkel  $s$  der Sonne aus §. 73. finden kann; so ist die östliche Länge des Ortes, z. B. von Paris an gezählt,

$$\text{oder } \lambda = s - S \quad (J)$$

bekannt, und somit sind dann die beiden äussersten Punkte des Schattenweges gefunden.



## §. 408.

**Aufgabe.** Für eine gegebene oder aus §. 403. gefundene Pariser Zeit den Ort der Erde zu bestimmen, welcher eine Sonnenbedeckung von gegebener Grösse als grösste Phase, d. h. eine kleinste Distanz der Mittelpunkte des Mondes und der Sonne sieht.

**Auflösung.** In der vorigen Figur 34. ist für den Beobachtungsort B

$$AD = AC + BE, \text{ oder sehr nahe}$$

$$Cc = (Cc) + \Delta \cdot \cos (h + N); \text{ dann}$$

$$DL = BC + EL, \text{ oder wieder sehr nahe}$$

$$ab = (ab') + \Delta \cdot \sin (h + N),$$

weil ohne merklichen Fehler  $AL = BL$  gedacht werden kann. Der Beobachter in B sieht eine grösste Phase, oder  $\Delta$  ist am kleinsten, wenn  $h = 90^\circ$ , wie (G.) zeigt.

Also wird

$$Cc = (Cc) - \Delta \cdot \sin N, \quad (Cc) = Cc + \Delta \cdot \sin N$$

$$ab = (ab') + \Delta \cdot \cos N, \quad (ab') = ab - \Delta \cdot \cos N.$$

Durch Komparation dieser Werthe von  $(Cc)$  und  $(ab')$  mit den im §. 405. gefundenen ergibt sich

$$\Pi \cdot \cos \varphi \cdot \sin s = Cc + \Delta \cdot \sin N, \text{ und}$$

$$\Pi (\sin \varphi \cdot \cos \delta - \cos \varphi \cdot \cos s \cdot \sin \delta) = ab - \Delta \cdot \cos N.$$

Da aber eigentlich  $ab = \sin (d - \delta)$ , und  $d - \delta$ , so wie  $a - \alpha$ , sehr klein ist; so erhält man wegen (A.) im §. 404.

$$\Pi \cdot \cos \varphi \cdot \sin s = (a - \alpha) \cos d + \Delta \cdot \sin N$$

$$\sin s = \frac{(a - \alpha) \cos d + \Delta \cdot \sin N}{\Pi \cdot \cos \varphi}$$

$$= \frac{Y}{\cos \varphi}, \quad (K)$$

und eben so

$$\Pi (\sin \varphi \cdot \cos \delta - \cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \cos s) = d - \delta - \Delta \cdot \cos N$$

$$\sin \varphi \cdot \cos \delta - \cos \varphi \cdot \sin \delta \sqrt{1 - \frac{Y^2}{\cos^2 \varphi}}$$

$$= \frac{d - \delta - \Delta \cdot \cos N}{\Pi}$$



$$\sin \varphi - \frac{\sin \delta}{\cos \delta} \sqrt{(\cos^2 \varphi - Y^2)} = \frac{d - \delta - \Delta \cdot \cos N}{H \cdot \cos \delta} = Z$$

$$\begin{aligned} \sin \varphi &= Z + \frac{\sin \delta}{\cos \delta} \sqrt{(\cos^2 \varphi - Y^2)} \\ &= Z + \frac{\sin \delta}{\cos \delta} \sqrt{(1 - \sin^2 \varphi - Y^2)}. \end{aligned}$$

Da nun AB der Halbmesser der Erde oder die Entfernung ihres Mittelpunktes A vom Beobachtungsorte, AC der Erdäquator und also der Winkel BAC die Zenithdistanz des Äquators oder  $\varphi$  (§. 52.) ist; so hat man näherungsweise

$$\begin{aligned} BC &= AB \cdot \sin \varphi = d - \delta - \Delta \cdot \cos N \\ \sin \varphi &= \frac{d - \delta - \Delta \cdot \cos N}{H} \\ \sin^2 \varphi &= Z^2 \cdot \cos^2 \delta. \end{aligned}$$

Es ist aber in der Konstruktion der Figur  $\delta = 0$  angenommen worden. Daher hat man in den mit dieser Beziehung entwickelten Ausdrücken, namentlich für

$$\sin \varphi = \frac{d - \delta - \Delta \cdot \cos N}{H} \cdot \cos 0^\circ$$

den allgemeinen Ausdruck

$$\sin \varphi = \frac{d - \delta - \Delta \cdot \cos N}{H \cdot \cos \delta} \cdot \cos^2 \delta = Z \cdot \cos^2 \delta$$

zu setzen, und für  $\sqrt{(1 - \sin^2 \varphi - Y^2)}$  erhält man  $\cos \delta (1 - \sin^2 \varphi - Y^2)$ , mithin in der Hauptgleichung durch Substitution

$$\sin \varphi = Z \cdot \cos^2 \delta + \sin \delta \sqrt{(1 - Y^2 - Z^2 \cos^2 \delta)}. \quad (L)$$

Durch die Gleichungen (K.) und (L.) ist die Aufgabe gelöst.

#### §. 409.

**Zusatz.** Für den Weg des centralen Schattens ist in den Werthen von Y und Z die Grösse  $\Delta = 0$ , für die Südgrenze des vollen Schattens ist  $\Delta = R - r$ , und für die Südgrenze des Halbschattens ist  $\Delta = R + r$ , endlich



für die Südgrenze einer Bedeckung von  $k''$  ist  $\Delta - (1 - \frac{k}{12})$   
 $(R + r)$ , wobei man den scheinbaren Durchmesser der  
 Sonne in 12 gleiche Theile theilt. Für die nördliche Grenze  
 ist  $\Delta$  negativ, weil die Konstruktion der Figur 34. für  
 die südliche Grenze geschehen ist.

## §. 410.

Anmerkung Man berechne für verschiedene, um  
 5 Minuten wachsende, Momente der Dauer der Bedek-  
 kung den Weg des centralen Schattens, und dann für die  
 ganzen Stunden die Lage derjenigen Orte, welche nur  
 eine Berührung der Ränder der Sonne und des Mondes,  
 oder eine Bedeckung von einer bestimmten Grösse auf  
 der Süd- und auf der Nordseite des centralen Schattens  
 sehen; so hat man den ganzen Weg des Mondschattens  
 genauer, als er durch die bisher üblichen Konstruktions-  
 und Zeichnungsmethoden gefunden werden kann.

## §. 411.

Aufgabe. Die näherungsweise für einen Ort be-  
 kannten Elemente einer Sonnenbedeckung genauer zu be-  
 stimmen.

Auflösung. Es sey  $T$  die genäherte Zeit des An-  
 fangs einer Bedeckung, so suche man  $a, d, R, \Pi$  und  
 $\alpha, \delta, r, \pi$  für die wahren Orte des Mondes und der  
 Sonne. Es sey ferner für die in  $a$  (Fig. 3.) befindliche  
 Sonne der Winkel  $aCb = \delta$  und  $DCb = a - \alpha$ ; so er-  
 hält man (vergl. §. 63. u. f.) [für den Beobachter in  $B$   
 $A = AD - AC$

$$\begin{aligned}
 &= aC \cdot \sin \delta \cdot \sin (a - \alpha) - \Pi \cdot \cos \varphi \cdot \sin s \\
 &= \sin \delta \cdot \sin (a - \alpha) - \Pi \cdot \cos \varphi \cdot \sin s, \quad (M \\
 D &= DL - BC \\
 &= aC \cdot \sin (d - \delta) - \Pi (\sin \varphi \cdot \cos \delta - \cos \varphi \cdot \cos s \cdot \sin \delta) \\
 &= (d - \delta) - \Pi \left( \frac{\sin \varphi \cdot \cos \delta \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot \cos s}{\operatorname{tg} \delta \cdot \cos s} - \frac{\cos \varphi \cdot \cos s \cdot \sin \delta \cdot \operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \delta} \right)
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= (d - \delta) - \Pi \cdot \cos \delta \left( \frac{\sin \varphi \cdot \operatorname{tg} K}{\operatorname{tg} K} - \cos \varphi \cdot \cos s \cdot \operatorname{tg} \delta \right) \\
&= (d - \delta) - \Pi \cdot \cos \delta \left( \frac{\sin \varphi \cdot \operatorname{tg} K \cdot \cos K}{\sin K} - \frac{\sin \varphi \cdot \cos s \cdot \operatorname{tg} K}{\cos s} \right) \\
&= (d - \delta) - \Pi \cdot \cos \delta \left( \frac{\sin \varphi \cdot \cos K - \cos \varphi \cdot \sin K}{\sin K} \right) \operatorname{tg} K \\
&= (d - \delta) - \Pi \cdot \cos \delta \cdot \frac{\sin (\varphi - K)}{\cos K}, \quad (N)
\end{aligned}$$

worin  $\operatorname{tg} K = \operatorname{tg} \delta \cdot \cos s$  ist. Für eine Zeit von  $x$  Stunden später suche man die Grössen  $A'$  und  $D'$ , dann  $f$  und  $g$ , oder die relative stündliche Bewegung in Rektascension und Deklination; so hat man

$$A' - A : x = f : 1, \text{ also}$$

$$f = \frac{A' - A}{x}, \text{ und eben so} \quad (O)$$

$$g = \frac{D' - D}{x}. \quad (P)$$

Nennt man dann die verbesserte Ortszeit  $T + t$ ; so findet man diese Verbesserung aus der Gleichung (Fig. 34.)  $AL^2 = AD^2 + DL^2$

$$\begin{aligned}
(R \pm r)^2 &= (A + ft)^2 + (D + gt)^2 \\
&= A^2 + 2Aft + f^2t^2 + D^2 + 2Dgt + g^2t^2
\end{aligned}$$

$$(f^2 + g^2)t^2 + 2(Af + Dg)t + A^2 + D^2 - (R \pm r)^2 = 0. \quad (Q)$$

Da diese Gleichung einen doppelten Werth von  $t$  gibt, so gehört der kleinere für den Anfang und der grössere für das Ende der partialen oder der totalen Bedeckung, je nachdem im Gliede  $(R \pm r)$  das obere oder untere Zeichen gewählt wird. Doch ist es genauer, das Ende eben so, wie den Anfang, besonders zu berechnen, wobei dann wieder der kleinere Werth gültig ist. Dabei werden die Grössen  $A$ ,  $D$ ,  $f$ ,  $g$ ,  $R$  und  $r$  am einfachsten in Bogenminuten ausgedrückt, hingegen die Korrektion  $t$  in Theilen von Stunden erhalten. Ist dann  $\vartheta$  die so gefundene Zeit zwischen Anfang und Ende, oder die Dauer der Sonnenbedeckung, und  $O$  (Fig. 32.) der Mittelpunkt der Sonne,  $V$  und  $L$  der Mittelpunkt des Mondes am An-



fange und Ende der Bedeckung, endlich VL die relative Bahn des Mondes; so hat man

$$\begin{aligned} Vm^2 &= mS^2 + Vm^2 \\ &= \left(\frac{g}{2} \cdot f\right)^2 + \left(\frac{g}{2} \cdot g\right)^2 \\ &= \frac{g^2}{2} (f^2 + g^2) \end{aligned}$$

$$Om^2 = OV^2 + Vm^2$$

$$e^2 = (R + r)^2 + \frac{g^2}{4} (F^2 + g^2);$$

ferner für den Fall, dass der Mittelpunkt des Mondes in m oder die Verfinsterung am grössten sey, und dass man sich zur Vereinfachung der Figur m nach M versetzt denke:

$$\begin{aligned} KR &= OR - OK = OR - (OM - KM) \\ &= OR + KM - OM = r + R - e. \end{aligned}$$

Bedeutet endlich Q die Grösse der Bedeckung in Zollen, deren der scheinbare Sonnenradius sechs zählt; so ist

$$\begin{aligned} 6 : r &= Q : (r + R - e) \\ Q &= \frac{6}{r} (r + R - e), \end{aligned}$$

womit die Aufgabe völlig gelöst ist.

#### §. 412.

**Anmerkung.** Um sich die Erscheinungen einer Sonnenbedeckung, wie sie für die ganze Oberfläche der Erde statt hat, auf eine sehr einfache Weise zu versinnlichen, kann man sich eines Erdglobus bedienen. Es sey sein Halbmesser in Zollen =  $\varrho$ , und der Halbmesser eines Kreises von Messing oder Kartenpapier =  $\varrho \frac{R + r}{R}$ , das obere Zeichen für partiale, das untere für totale Bedeckungen. Aus den vorhergehenden Rechnungen kennt man bereits mehrere Orte der Erde, durch welche die Schattenaxe geht. Man lege nun über den Globus ein



Lineal in horizontaler Lage, und auf das Lineal jenen Kreis. Ist dann A der Ort des Globus, der für eine gegebene Pariser Zeit die Sonne in seinem Zenithe sieht, und B der aus den vorhergehenden Rechnungen bereits bekannte Ort, durch welchen in der nämlichen Zeit die Schattenaxe geht; so stelle man den Globus so, dass A den höchsten Punkt desselben einnimmt, und bewege dann für diese Lage des Globus den Kreis auf seinem immer horizontalen Lineale so, dass der Mittelpunkt des Kreises senkrecht über dem Punkte B stehe. Denkt man sich von allen Punkten der Peripherie dieses Kreises gerade Linien, welche auf der Ebene dieses Kreises senkrecht stehen; so werden diese unter dem Kreise auf dem Globus den Raum einschliessen, welcher für diese Zeit in dem Mondschatten liegt. Stellt man auf dieselbe Art den Mittelpunkt des immer horizontal liegenden Kreises nach einander senkrecht über die Punkte  $B'$ ,  $B''$ ,  $B''' \dots$ , welche für die Pariser Zeit  $t'$ ,  $t''$ ,  $t''' \dots$  eine centrale Finsterniss sehen, und dreht man zugleich für jede derselben den Globus so, dass dessen höchster Punkt immer derjenige ist, welcher zu denselben Zeiten  $t'$ ,  $t''$ ,  $t''' \dots$  die Sonne in seinem Zenithe sieht; so kann man auf diese Weise den ganzen Weg des vollen und des Halbschattens des Mondes auf dem Globus verzeichnen, und sich ein deutliches und ganz angemessenes Bild aller Erscheinungen der Sonnenbedeckung entwerfen.

## §. 413.

Beispiel. Die Sonnenbedeckung, welche am 9. Oktober 1847 statt finden wird, aus folgenden Elementen für Wien zu berechnen. Es ist für mittlere Pariser Zeit

| $6^h$ |                      | $12^h$ |                      |
|-------|----------------------|--------|----------------------|
| ☾ l   | = $139^\circ 51', 0$ | l      | = $196^\circ 48', 0$ |
| b     | = $0 \ 22, 5$        | b      | = $0 \ 38, 3$        |
| a     | = $192 \ 53, 5$      | a      | = $195 \ 43, 5$      |
| d     | = $-5 \ 7, 5$        | d      | = $-6 \ 1, 0$        |
| R     | = $0 \ 15, 0$        | R      | = $0 \ 15, 0$        |



|                                                            |                          |                                    |
|------------------------------------------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| $\odot$                                                    | $\Pi = 0^{\circ} 54', 0$ | $\Pi = 0^{\circ} 54', 0$           |
| $\odot$                                                    | $\lambda = 195 \ 19, 0$  | $\lambda = 195 \ 34, 0$            |
|                                                            | $\alpha = 194 \ 6, 2$    | $\alpha = 194 \ 20, 0$             |
|                                                            | $\delta = -6 \ 2, 1$     | $\delta = -6 \ 7, 8$               |
|                                                            | $r = 0 \ 16, 0$          | $r = 0 \ 16, 0$                    |
|                                                            | $\pi = 0 \ 0, 14$        | $\pi = 0 \ 0, 14$                  |
| also da                                                    | $= 0 \ 28, 33$           |                                    |
| dd                                                         | $= -0 \ 8, 92$           |                                    |
| d $\alpha$                                                 | $= 0 \ 2, 30$            |                                    |
| d $\delta$                                                 | $= -0 \ 0, 95$           |                                    |
| t                                                          | $= 8^h \ 47' \ 39''$     | und für diese Zeit der Konjunktion |
| a = $\alpha$                                               | $= 194^{\circ} \ 12', 6$ |                                    |
| d                                                          | $= -5 \ 30, 5$           |                                    |
| $\delta$                                                   | $= -6 \ 4, 8$            |                                    |
| und überdiess mittlere Zeit $+ 0^h \ 12', 5 =$ wahre Zeit. |                          |                                    |

**A u f l ö s u n g.** Die im §. 403. entwickelten Gleichungen geben

- 1.)  $N = -17^{\circ} \ 4', 8$
- 2.)  $E = 0 \ 32, 8$
- 4.)  $\vartheta = 9^h \ 10', 0$  mittlere Pariser Zeit
- 5.)  $X = 67^{\circ} \ 10', 4$
- 5.)  $V = 52 \ 25, 4$
- 7.)  $Y = 51 \ 16, 0$  für das obere Zeichen
- $Y = 53 \ 30, 4$  für das untere Zeichen.

10.) Partiale Bedeckung: Anfang  $6^h \ 17' \ 38''$   
 Ende  $12 \ 2 \ 12$

Centrale Bedeckung: Anfang  $7 \ 35 \ 41$   
 Ende  $10 \ 44 \ 10$

Ringförmige Bedeck.: Anfang  $7 \ 31 \ 53$   
 Ende  $10 \ 47 \ 57$

Bedeckung von 3 Zoll: Anfang  $6 \ 37 \ 3$   
 Ende  $11 \ 42 \ 47$

6 Zoll: Anfang  $6 \ 57 \ 5$   
 Ende  $11 \ 22 \ 45$

9 Zoll: Anfang  $7 \ 17 \ 39$   
 Ende  $11 \ 2 \ 11$  u. s. f.



$$\begin{array}{lcl}
 \text{G)} & h = 158^\circ 32', 5 \text{ oder } 21^\circ 27', 5 & \left. \begin{array}{l} \text{für die} \\ \text{part. Bedeck.} \end{array} \right\} \\
 & h + N = 141 \ 27, 7 \text{ oder } 4 \ 22, 7 & \\
 & h = 144 \ 54, 6 \text{ oder } 35 \ 5, 4 & \left. \begin{array}{l} \text{für die} \\ \text{centrale} \\ \text{Bedeckung.} \end{array} \right\} \\
 & h + N = 127 \ 49, 8 \text{ oder } 18 \ 6, 6 &
 \end{array}$$

H. u. J.) Für die partiale Bedeckung.

Anfang.  $\varphi = 38^\circ 17', 1$  nördlich

$$s = 274 \ 47, 2 = 18^h 19', 15$$

$$S = 18 \ 30, 15$$

$$\lambda = - \ 0 \ 11, 00 \text{ westl. v. Paris.}$$

Ende.  $\varphi = 4^\circ 21', 15$

$$s = 89 \ 32, 00 = 5^h 58', 1$$

$$\lambda = + \ 5 \ 43, 0 \text{ östlich.}$$

Für die centrale Bedeckung.

Anfang.  $\varphi = 51^\circ 45', 6$

$$s = 277 \ 44, 6 = 18^h 31'$$

$$\lambda = - \ 1 \ 17 \text{ westlich.}$$

Ende.  $\varphi = 17 \ 54, 2$

$$s = 271 \ 58, 6 = 18 \ 8$$

$$\lambda = + \ 7 \ 11 \text{ östlich.}$$

Dadurch sind also die beiden äussersten Endpunkte des Schattenweges oder die Punkte der Erdoberfläche bestimmt, welche die partiale und centrale Bedeckung unter allen zuerst und zuletzt sehen.

Aus den Gleichungen (K.) und (L.) hat man :

| $\Delta = 0;$ | mittl. Zeit<br>v. Paris. | Breite.    | Länge von<br>Paris.         |
|---------------|--------------------------|------------|-----------------------------|
|               | 7 <sup>h</sup> 35'       | 48° 50' N. | + 0 <sup>h</sup> 4' östlich |
|               | 7 40                     | 46 45      | 0 37                        |
|               | 7 50                     | 43 31      | 1 19                        |
|               | 8 0                      | 40 50      | 1 46                        |
|               | 8 10                     | 38 42      | 2 7                         |
|               | 8 20                     | 36 15      | 2 24                        |
|               | 8 30                     | 34 13      | 2 38                        |



| $8^h 40'$ | $32^\circ 18' N.$ | $+ 2^h 51' \text{östlich}$ |
|-----------|-------------------|----------------------------|
| 8 50      | 30 36             | 3 3                        |
| 9 0       | 28 49             | 3 13                       |
| 9 10      | 27 12             | 3 24                       |
| 9 20      | 25 40             | 3 34                       |
| 9 30      | 24 13             | 3 45                       |
| 9 40      | 22 50             | 3 56                       |
| 9 50      | 21 32             | 4 8                        |
| 10 0      | 20 19             | 4 20                       |
| 10 10     | 19 13             | 4 25                       |
| 10 20     | 18 15             | 4 52                       |
| 10 25     | 17 48             | 5 3                        |

|                   |      |         |              |
|-------------------|------|---------|--------------|
| $\Delta = R + r;$ | 8 0  | 5 11 N. | 1 33 östlich |
|                   | 9 0  | 4 17 S. | 2 31         |
|                   | 10 0 | 11 21   | 3 27         |
|                   | 11 0 | 18 46   | 5 30         |

|                           |      |          |                |
|---------------------------|------|----------|----------------|
| $\Delta = \frac{R+r}{2};$ | 7 15 | 33 39 N. | — 1 0 westlich |
|                           | 8 0  | 21 31    | + 1 47 östlich |
|                           | 9 0  | 11 33    | 2 51           |
|                           | 10 0 | 3 39     | 3 46           |
|                           | 11 0 | 0 8      | 5 58           |

|                           |       |         |              |
|---------------------------|-------|---------|--------------|
| $\Delta = \frac{R+r}{2};$ | 8 12  | 72 4 N. | 0 49 östlich |
|                           | 8 30  | 60 47   | 2 50         |
|                           | 9 0   | 51 55   | 3 13         |
|                           | 10 0  | 43 44   | 6 13         |
|                           | 10 10 | 41 48   | 7 18.        |

Ferner ist wegen der Berechnung für Wien

|                        | Anfang       | Ende         |
|------------------------|--------------|--------------|
| Mittlere Zeit v. Paris | $6^h 25', 0$ | $9^h 25', 0$ |
| Wien östlich v. Paris  | $0 56, 2$    | $0 56, 2$    |
| Zeitgleichung          | $0 12, 5$    | $0 12, 5$    |
| Wahre Zeit v. Wien     | $7 33, 7$    | $10 33, 7$   |



$$\begin{array}{rcl}
 s \left\{ \begin{array}{l} - \quad 4 \quad 26, 3 \\ - \quad 66^{\circ} 34', 5 \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} - \quad 1 \quad 26, 3 \\ - \quad 21^{\circ} 34', 5 \end{array} \right. \\
 a \quad 193 \quad 5, 1 & 194 \quad 30, 2 \\
 b \quad - \quad 5 \quad 11, 8 & - \quad 5 \quad 38, 0.
 \end{array}$$

Also aus den Gleichungen (M.) bis (Q.), wenn  $\delta = 6^{\circ}$  angenommen wird, für den Anfang

$$\begin{array}{rcl}
 A = - \quad 28', 84 & F = & 19', 38 \\
 D = & 10, 07 & g = - \quad 8, 62 \\
 t = - \quad 0^h, 009 & = - & 0^h \quad 0', 54 \\
 & & \underline{7 \quad 21, 20}
 \end{array}$$

Mittlere Zeit v. Wien, Anfang  $7 \quad 20, 66$   
und für das Ende

$$\begin{array}{rcl}
 A = & 29', 26 \\
 D = - & 15, 81 \\
 t = - \quad 0^h, 11 & = \quad 0^h \quad 6', 6 \\
 & \underline{10 \quad 21, 2}
 \end{array}$$

Mittl. Zeit v. Wien, Ende  $10 \quad 14, 6.$

#### §. 414.

Anmerkung. Die Sonnenbedeckungen dienen gleichfalls zur Bestimmung der geographischen Länge, und zwar viel besser als die Mondsfinsternisse, weil sich bei jenen Anfang, Ende etc. viel genauer beobachten lässt.

### D r i t t e r   A b s c h n i t t.

Kometen, Fixsterne, allgemeine Betrachtungen.

#### §. 415.

Erfahrung. Die Kometen haben ausser der täglichen Bewegung, die eine Folge der Rotation der Erde ist, auch eine eigene. Die Richtung der letztern ist nicht, wie bei den Planeten, immer die von Westen nach Osten, auch selten innerhalb des Thierkreises gelegen; ja bei einigen fast auf der Erdbahn senkrecht (i. J. 1707.),



Ihre Umlaufszeiten sind grösstentheils von weit grösserer Dauer als jene der Planeten; die Ebene ihrer Bahnen aber sind gleichförmig vertheilt, so dass jeder Winkel von  $10^\circ$  zu  $10^\circ$  eine gleiche Anzahl von Bahnen einschliesst. Ihre Perihelien fallen meistens zwischen die Bahnen des Merkurs und der Venus. Sie bestehen gewöhnlich aus einer trüben veränderlichen Dunstmasse. Wenige haben in dieser einen festen Kern, der selbst bei den meisten vielleicht noch weniger dicht ist als unsere Atmosphäre, weil man nahe an ihm selbst sehr kleine Sterne mit ungeschwächtem Lichte sieht. Bei manchen Kometen hat die Dunstmasse eine runde Gestalt; bei den meisten aber dehnt sie sich nach einer Richtung in Form eines Schweifes aus, der, neuern Beobachtungen zufolge, von der den Kern umgebenden Dunsthülle wesentlich verschieden seyn soll; er ist bald gerade, bald gekrümmt, bald ganz, bald in mehrere Büschel getheilt, aber meistens von der Sonne abgewandt. Das Licht der Kometen ist bald gelblich (1618), bald röthlich, bald weiss (1577), bald grünlich (1811).

Der Komet vom Jahre 1811 hatte im Kerne einen Durchmesser von 93 Meilen, in der Dunsthülle einen solchen von 27000 Meilen; um diese einen dunkeln Raum, 50000 Meilen breit, und die Lichthülle an der Sonnenseite 5000 Meilen lang, und dieselbe als Schweif 22000000 Meilen lang.

#### §. 416.

**Hypothese.** Die Kometen bewegen sich in sehr excentrischen Eklipsen, in deren einem Brennpunkte die Sonne ist, und haben sehr geringe Massen.

**Gründe.** Von einigen Kometen hat man nach der Theorie einer Bewegung in der Ellipse ihre Umlaufszeit so genau berechnet, dass man ihr Wiedererscheinen richtig voraus sagen kann. Dass diess nicht bei mehreren der Fall ist, erklärt sich daraus, weil

1) die Umlaufszeiten der meisten von sehr langer Dauer sind;



2) die Perihelien so weit von uns entfernt seyn können, dass wir sie nicht zu beobachten vermögen;

3) mancher jetzt glänzende und uns sichtbare Komet bei seiner Wiederkunft kaum bemerkbar seyn kann, indem damals sein Perihelium in die grösste Erdnähe, später aber in die grösste Erdferne fallen, und er selbst während des Tages über unserm Horizonte stehen kann;

4) es in der südlichen Halbkugel erst seit kurzer Zeit Sternwarten und Astronomen gibt, und überhaupt noch vor 100 Jahren die Beobachtungsmethoden und Instrumente unvollkommen waren;

5) die Kometen selbst bei ihrer grössten Annäherung an die Planeten in den Bewegungen dieser letztern keine Störungen hervorbringen, mithin sehr geringe Massen besitzen und desshalb von den Planeten sehr gestört werden müssen.

Der Komet des Halley wurde seit 1682 mehrmal, zuletzt 1759 beobachtet; jener des Enke hat eine Umlaufszeit von 3 Jahren  $2\frac{2}{3}$  Monaten, und kam 1818, 1822, 1825, 1828; endlich jener des Biela von 6 Jahren 9 Monaten Umlaufszeit erschien 1772, . . . 1805, und wird 1832 wieder sichtbar werden. — Manche Astronomen meinen, dass die Bahnen einiger Kometen Hyperbeln seyn könnten.

#### §. 417.

**Zusatz.** Wenn drei vollständige Beobachtungen eines Kometen, z. B. drei geocentrische Längen und eben so viele Breiten desselben gegeben sind; so sucht man erstens die Zeit seines Durchganges durch das Perihelium oder die Epoche des Kometen; zweitens die Grösse der grossen Axe seiner Ellipse; drittens die Excentricität dieser Ellipse; viertens die Lage der grossen Axe oder den Winkel, welchen diese Axe mit der Äquinoktiallinie bildet; fünftens die Neigung der Kometenbahn gegen die Ekliptik, und endlich den Winkel, welchen die Knotenlinie der Kometenbahn mit der Äquinoktiallinie macht. Diese sechs Elemente des Kometen bestimmen nicht allein die Bahn, sondern auch die Bewegung des Kometen in derselben vollkommen.



## §. 418.

**Anmerkung.** Dass die Kometen an Zahl die Planeten übertreffen, muss jedem einleuchten, welcher weiss, dass fast jährlich einer oder mehrere gesehen werden, die sich von denen unterscheiden, welche früher schon beobachtet wurden. Die frühern Zeiten waren auch nicht minder reich an Kometenerscheinungen, wiewohl uns wenig davon berichtet wird; aber selbst die mit der Aufmerksamkeit der Astronomen im gleichen Verhältnisse wachsende Anzahl solcher Erscheinungen rechtfertigt schon diese Annahme. Bis jetzt kennt man 400 Kometen. Wie viele mögen aber noch von uns unbeobachtet geblieben seyn? Da ferner bis jetzt beinahe 60 Kometen gesehen wurden, welche der Sonne näher kamen, als die Venus, und deren gewiss eben so viele unbeobachtet vorübergegangen sind; da im Durchschnitte alle 500 Jahre dieselben Kometen wieder sichtbar werden: so mag der Raum zwischen der Sonne und der Bahn des Uranus wenigstens 400000 Kometen erhalten. Wie viel mehr mögen aber noch ausserhalb der Bahn des Uranus liegen!

Die Masse sämmtlicher Planeten beträgt 2338 mehr als jene der Erde; diejenige alle Planeten und Kometen unsers Sonnensystems, wenn die Grösse eines Kometen im Durchschnitte unserer Erde gleich geschätzt wird,  $\frac{3}{4}$  jener der Sonne und 3 Millionen Mal mehr als jene der Erde. Der Durchmesser der Sonne würde sich um  $\frac{1}{5}$  vergrössern, wenn sie alle zu ihrem System gehörigen Himmelskörper aufnähme. — Die Annäherung eines Kometen an unsere Erde kann keine bedeutende Wirkung hervorbringen, weil die Dunsthülle dieser Körper so ungemein locker ist, dass sie kaum mit unsern Luftarten verglichen werden kann. Desto mehr wäre aber von dem Zusammenstosse eines Kometen mit der Erde zu befürchten, besonders wenn sich beide mit entgegengesetzter Geschwindigkeit und in einer auf ihre Oberflächen senkrechten Richtung bewegten. — Würde der entfernteste Komet unsers Systems 100000 Jahr zu seinem Umlaufe um die Sonne brauchen, so müsste die halbe grosse Axe seiner Bahn 2154 Mal grösser als jene der Erdbahn, d. h. so gross als 2154 Erdweiten seyn.



## §. 419.

**Erfahrung.** Die Lage der Fixsterne gegen einander bleibt dieselbe, wo auch die Erde sich in ihrer Bahn befinde. Ein culminirender Stern hat im Sommer eben den Abstand vom Zenithe, als im Winter; die Polhöhe ist zu allen Jahreszeiten für einen Ort dieselbe.

## §. 420.

**Zusatz.** Hieraus schliesst man, dass die Fixsterne im eigentlichen Sinne für uns unermesslich weit entfernt sind; denn die längste Standlinie, an deren Endpunkte wir uns stellen können, d. i. die Axe der Erdbahn, gibt für die Fixsterne keine Parallaxe. Änderte sich der Platz eines Sternes am Himmel für solche zwei einander gerade gegenüberstehende Stellen der Erdbahn, d. h. ihre doppelte jährliche Parallaxe nur um  $2''$ , wäre mithin diese Parallaxe selbst nur  $1''$ ; so wäre seine Entfernung (§. 320.) schon  $\frac{1}{\sin 1''} = 206264$  Erdweiten; ein Raum, den eine Kanonenkugel mit einer Geschwindigkeit von 1000 Fuss für 1 Sekunde erst in 2896000 Jahren zurücklegen würde.

Herschel suchte unter vielen Teleskopen diejenigen zwei aus, die ein völlig gleiches und gleich helles Bild eines Sternes gaben; siebenfüssige von 118 maliger Vergrösserung. Bei dem einem konnte die Öffnung um  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  u. dgl. verkleinert werden. Dadurch sah er den Stern nur noch im vierten, halben u. dgl. Theile seiner Lichtstärke. Durch das unverändert gebliebene Teleskop beobachtete nun Herschel einen kleinen Stern, und durch das andere Sirius, während die Öffnung des letztern Instrumentes so lange verändert wurde, bis dieser Stern genau nur in der Lichtstärke des kleinen erschien. Nach dem Gesetze: die Intensitäten des Lichtes verhalten sich verkehrt wie die Quadrate der Entfernung der leuchtenden Körper; und dem andern: die scheinbaren Durchmesser der Himmelskörper verhalten sich verkehrt wie ihre Abstände von uns, dürfen wir Sirius für den unserm Sonnensysteme nächsten Fixsterne halten. Gemäss des ersten Gesetzes aber fand Herschel durch das obige Verfahren im Schwerdtgriffe des Per-



seus und in 900 Siriusweiten noch unauflösbaren weissen Schimmer und mittelst seines vierzigfüssigen Riesenteleskopes sah er noch in 3000 Siriusweiten andern unauflösbaren Sternnebel.

#### §. 421.

**Erfahrung.** Die Grösse der Fixsterne lässt sich eben so wenig genau bestimmen, als ihre Entfernung, weil uns die Kenntniss ihres scheinbaren Durchmessers gänzlich fehlt (§. 121.). Herschel will den scheinbaren Durchmesser der Wega =  $0'', 25$ , die Capella =  $2'', 5$  gefunden haben. Diess gäbe einen Halbmesser dieser Sterne von 7 und 50 Millionen Meilen, und, wären sie Kugeln, Volumina 46656 und 19465109 Mal grösser als jenes der Sonne.

#### §. 422.

**Erfahrung.** In der Gegend der Keule des Orions, in einem Streifen von  $15^\circ$  Länge und  $2^\circ$  Breite vermochte Herschel 50000 Sterne deutlich zu erkennen. Da dieser Streif der 1375. Theil der Himmelsphäre ist, so müsste diese 68755000 Sterne enthalten, wenn man annähme, dass sie überall eben so dicht beisammen stehen. Allein sie stehen an vielen Stellen noch viel dichter, und man kann ohne Übertreibung annehmen, dass jede Quadratminute wenigstens einen Stern enthalte, und mithin die Gesamtzahl aller sichtbaren Sterne 148507200 sey. Allein diese sind nur die nächsten Sterne; von den weiter entfernten erkennt man nicht mehr als einen matten Schimmer, und wie viele mögen bei der nur sehr unvollkommenen Durchsichtigkeit der Luft und der beschränkten raumdurchdringenden Kraft der Fernrohre ganz unsichtbar seyn?

#### §. 423.

**Erfahrung. 1.** Die Sterne in der Ekliptik beschreiben jährlich eine gerade Linie, die diesseits und jenseits ihres mittlern Ortes gegen Osten und Westen  $10''$ , also im Ganzen  $20''$  beträgt.



2. Die Sterne über und unter der Ektiptik beschreiben jährlich eine kleine Ellipse um ihren mittlern Ort, deren halbe grosse Axe  $= 20''$  und deren halbe kleine Axe  $= 20''$  multiplicirt mit dem Sinus der Breite des Sternes ist.

3. Die Sterne am Pole beschreiben jährlich um ihren mittlern Ort einen Kreis, deren Halbmesser  $20''$  beträgt.

#### §. 424.

**Zusatz.** Diese mit dem Namen Aberration bezeichnete Bewegung der Fixsterne ist nur eine scheinbare in Kreisen, welche durch ihre Projektion auf der Himmelssphäre mehr oder weniger excentrische Ellipsen erzeugen. Sie entsteht dadurch, dass mit der ganzen Erde sich das Fernrohr bewegt, während der Lichtstrahl dessen optische Axe durchläuft. Der beobachtete oder scheinbare Ort eines Himmelskörpers wird aber durch die Lage der optischen Axe des Fernrohrs bestimmt, indem dieselbe so beschaffen ist, dass der von jenem herkommende Lichtstrahl auf seinem Wege beide Enden dieser Axe trifft; diese Lage ist jedoch von der wahren des Lichtstrahles im Raume verschieden. Man unterscheidet zwei Zeitmomente  $t$  u.  $t''$ , in welchen der Lichtstrahl das vordere Ende der Axe und das hintere trifft; es mögen die Orte dieser Enden im Raume für den ersten Zeitpunkt  $a$  u.  $b$ , für den letztern  $a'$  und  $b'$  seyn. Dann ist klar, dass die gerade Linie  $ab'$  die wahre Lage des Lichtstrahles im Raume darstellt, dass aber dem scheinbaren Orte eine der parallelen  $ab$  oder  $a'b'$  entspreche. Der Unterschied zwischen der Richtung der Linien  $b'a$  und  $ba$  ist die Aberration der Fixsterne.

#### §. 425.

**Aufgabe.** Die Richtigkeit der so eben für die Aberration gegebenen Erklärung durch den Kalkul nachzuweisen.

**Auflösung.** 1. Wenn der Winkel  $cad = adb$  (Fig. 27.) die Aberration eines Fixsternes vorstellt, so zerlege



man  $ad$  in die zwei Seitenrichtungen  $ab$  und  $bd$ , welche sich zu einander wie die Geschwindigkeiten der Erde und des Lichtes, also wie  $1 : 10086$  (§. 381.), verhalten; man hat alsdann auch

$$\begin{aligned} bd : ab &= \sin bad : \sin adb = \sin adc : \sin adb \\ \sin adb &= 20'' \cdot \sin adc = a \cdot \sin adc, \end{aligned} \quad (1)$$

weil  $\frac{1}{10086} = \sin 20''$  ist, und die Sinus sehr kleiner Winkel mit ihren Bogen verwechselt werden können. Wird  $bdc$  oder der ihm beinahe gleiche Winkel  $adc = R$ , d. h. ist die Richtung des Lichtstrahles senkrecht auf dem Wege des Auges, so wird

$$\sin adb = a. \quad (2)$$

2. Es sey nun  $S$  (Fig. 35.) die Sonne, der Kreis um  $S$  die Erdbahn,  $FG$  die Durchschnittslinie der Erdbahn mit derjenigen Ebene, die durch die Sonne und einen Stern  $F$ , dessen Breite  $b$  heisse, gelegt ist; die Erde sey in  $T$  und nach  $1''$  in  $t$ ; die Richtung  $Tt$  werde zerlegt in zwei Seitenrichtungen,  $BT$  parallel mit  $FG$ ,  $Bt$  senkrecht auf  $FG$ . Es ist dann

$$\begin{aligned} v \perp r &= R = v \perp s, \text{ also } r = s; \text{ ferner} \\ BT : Tt &= \sin BtT : 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BT &= Tt \cdot \sin BtT = Tt \cdot \cos s \\ &= Tt \cdot \cos r = Tt \cdot \sin n \end{aligned} \quad (3)$$

$$Bt = Tt \cdot \sin s = Tt \cdot \cos n. \quad (4)$$

Da nun der vom Sterne  $F$  kommende Lichtstrahl senkrecht auf  $Bt$  ist, so hat man aus (2.) und (4.)

$$\sin adb = \frac{bd}{ab} = \frac{Tt \cdot \cos n}{ab} = a \cdot \cos n, \text{ u. aus (1.) u. (3.)}$$

$$\sin adb = \frac{bd}{ab} \cdot \sin adc = \frac{Tt \cdot \sin n}{ab} \sin b = a \cdot \sin n \cdot \sin b.$$

Es ist dann für die Zeit, wo die Erde in  $T$  ist, der Bogen  $AL$  die Länge  $\lambda$  der Sonne, wenn in  $A$  der  $0^\circ$  des Widders steht; der Bogen  $AGf$  hingegen ist die Länge  $l$  des Sternes  $F$ ; mithin

$$l - \lambda = LGTf = 180^\circ \mp n$$



$$\sin (1 - \lambda) = - \sin n$$

$$\sin (\lambda - 1) = \sin n \text{ und } \cos (\lambda - 1) = \cos n.$$

Substituirt man diess in den vorhergehenden Gleichungen, während man zugleich mit  $y$  die Aberration in der Breite, d. i. senkrecht auf die Ekliptik, und mit  $x$  die Aberration in der Länge, d. i. parallel mit der Ekliptik bezeichnet, so wird

$$x = a \cdot \cos (\lambda - 1) \quad (5)$$

$$y = a \cdot \sin (\lambda - 1) \sin b \quad (6)$$

$$x^2 = a^2 (1 - \sin^2 (\lambda - 1))$$

$$x^2 \sin^2 b = a^2 \cdot \sin^2 b - a^2 \cdot \sin^2 (\lambda - 1) \cdot \sin^2 b$$

$$y^2 = a^2 \cdot \sin^2 (\lambda - 1) \cdot \sin^2 b$$

$$y^2 + x^2 \cdot \sin^2 b = a^2 \cdot \sin^2 b$$

$$y^2 = (a^2 - x^2) \sin^2 b, \quad (7)$$

welches die Mittelpunkts Gleichung der Ellipse ist; denn setzt man den Beobachtungen (§. 423.) gemäss die halbe kleine Axe  $= a \cdot \sin b$ , so erhält man

$$y^2 = a^2 \cdot \sin^2 b - \frac{a^2 \cdot \sin^2 b \cdot x^2}{a^2}$$

$$= m^2 \cdot \frac{m^2 x^2}{a^2}.$$

3. Für die Sterne am Pole ist  $b = 90^\circ$ , mithin  $y^2 = a^2 - x^2$  die Gleichung des Kreises. Für die Sterne in der Ekliptik und für die Sonne ist  $b = 0$ , also in (6.) auch  $y = 0$ . Für jene Sterne gibt (5.) eine gerade Linie, die sich zu beiden Seiten des mittlern Ortes  $20''$  weit erstreckt; denn für  $\lambda = 1$  und für  $\lambda = 180 + 1$  erhält man  $\pm a$ . Da aber die Sonne den Mittelpunkt der Erdbahn einnimmt, so ist ihre Aberration beständig  $20''$ .

4. Durch die Aberration wird die Rektascension und Deklination bald vermehrt, bald vermindert, je nachdem die Bewegung der Erde gegen den Stern hin- oder entgegengesetzt gerichtet ist.

5. In Bezug auf die tägliche Bewegung der Erde ist

$$5400 : 24 = v : 8' 13'', 33; \text{ also } x = 30, 8 \text{ geogr. Meil.}$$

$$20891000 : 31 = v' : 1, \text{ also } v' \text{ oder die Geschwindigkeit}$$



des Lichtes die 668074fache der täglichen Rotation der Erde, wesshalb die Aberration für diese Bewegung im Allgemeinen nicht in Rechnung gebracht werden darf.

Man hat für die Fixsterne eigene Aberrationstafeln. In den Sonnentafeln sind bereits alle Längen der Sonne um 20'' vermindert, und daher die scheinbaren Längen angeben.

#### §. 426.

**Erfahrung.** Die Sterne nähern sich 9 Jahre hindurch dem Pole um 19'', und entfernen sich dann eben so lang und eben so viel wieder von demselben, und zwar in der Art, dass die Annäherung der Sterne auf der einen Seite des Poles gleichzeitig ist mit der Entfernung der entgegengesetzten, ohne dass ihre Lage gegen einander und gegen den Pol der Ekliptik sich ändere. Dadurch erleidet die Deklination und Rektascension 18jährige Änderungen, und das jährliche Rückwärtsgehen der Nachtgleichen (§. 123.) wird in dieser Periode bald vermehrt, bald vermindert.

#### §. 427.

**Zusatz.** Diese Bewegung ist nur scheinbar, und wird vollkommen erklärt, wenn man annimmt, dass die Axe der Erde nicht vollkommen parallele Lagen habe, sondern dass die Pole in 18 Jahren gegen die Ordnung der Zeichen eine Ellipse beschreiben, deren grosse Axe 19'', 3 und die kleine 14'', 4 beträgt, wesshalb man das ganze Phänomen die Nutation der Erdaxe nennt. Dasselbe ist wie das Rückwärtsgehen der Nachtgleichen eine Folge der durch die sphäroidische Gestalt der Erde besonders modificirten Anziehungen der Sonne und des Mondes gegen die Erde. Man stelle sich die Erde als eine Kugel vor, die unveränderlich verbunden ist mit einem Ringe, der unter dem Äquator am dicksten wäre, und auf beiden Seiten so abnähme, dass seine Dicke an den Polen verschwände. Die der Sonne und dem Monde zugekehrte Seite dieses Ringes wird von ihnen stärker



angezogen, als die andere Seite. Sie bestreben sich, den Winkel zu vermindern, unter welchem der Erdäquator die Ebene der Erdbahn durchschneidet, mithin die Erdaxe einer senkrechten Lage auf dieser Ebene näher zu bringen. Die Rotation der Erde macht nun zwar, dass die Neigung ihrer Axe gegen ihre Bahn beinahe ungeändert bleibt; jedoch die Axe selbst erhält eine sehr langsame Bewegung, vermöge der sie von einer parallelen Lage nach und nach immer mehr (§. 110.) nach einer Richtung abweicht, welche der Richtung der Rotation und Revolution entgegengesetzt ist, wesshalb man eigentlich Vorrücken der Nachtgleichen sagen sollte. Zugleich entsteht aber wegen der verschiedenen, mit der Veränderung der Jahreszeiten und dem hohen oder niedern Stande des Mondes zusammenhängenden, Stellungen der Erdaxe eine ungleichförmige Einwirkung der Sonne und des Mondes auf die Erde, deren Folge die Nutation ist, und deren Periode auffallend mit jener des Rückwärtsgehens der Mondsknoten (§. 352.) übereinstimmt.

Versuche mit den Bohnenberger'schen Maschine. — Nutationstafeln.

#### §. 428.

Anmerkung. Die Präcession und Nutation gehören zu denjenigen Erscheinungen, welche man Perturbationen nennt. Es muss nämlich eine Folge des allgemeinen Gravitationsgesetzes seyn, dass die Planeten selbst auf einander einwirken, und sich in ihren rein elliptischen Bewegungen stören; ja selbst die Sonne muss einige Schwankungen erleiden, die aber wegen der geringen Masse der Planeten gegen die der Sonne sehr unbedeutend sind. Genaue und lang genug fortgesetzte Beobachtungen zeigen diese Störungen genau so, wie sie die nach dem Gesetze der Gravitation gemachten Rechnungen angeben; sie lehren, dass die Planeten nach ihrer verschiedenen Lage gegen einander auch verschieden auf einander einwirken; bald rückwärts, bald vorwärts, bald



zur Sonne hin, bald von ihr weggezogen werden, und dass ihre Geschwindigkeit dadurch bald vermehrt, bald vermindert wird. Dadurch weicht der Ort, den ein Planet in seiner Bahn wirklich einnimmt, von dem ab, welchen er ohne Störungen nach der rein elliptischen Bewegung einnehmen würde, und selbst alle Elemente der Ellipsen erleiden dadurch Veränderungen; diese werden bald enger, bald weiter, schieben sich um den Brennpunkt, den die Sonne einnimmt, herum, und nur ihre grosse Axe bleibt unverändert. Aber durch eben diesen letzten Umstand, so wie durch die Irrationalität der Verhältnisse der Umlaufszeiten, ist die Dauer des ganzen Planetensystems gesichert; denn die Rechnungen beweisen, dass alle Störungen in grössere oder kleinere Perioden und in weitere oder engere Grenzen eingeschlossen sind, aus denen ein mittlerer dauernder Zustand unsers Systems hervorgeht.

#### §. 429.

**Erfahrung.** Unter den Planeten kennen wir rücksichtlich seiner physischen Beschaffenheit (ausser unserer Erde) natürlich keinen so genau, als den Mond. Durch Fernrohre sieht man, dass die leuchtendern glänzenden Theile, die wie einzelne Punkte, Ringe oder Adern den Mondkörper völlig besetzt halten, Erhöhungen, dagegen die dunklern Thäler und Vertiefungen sind. Denn, wenn solche leuchtende Theile an die Beleuchtungsgrenze zu stehen kommen, so ragen sie aus dem Dunkel wie Funken hervor, gerade wie die Gipfel unserer Berge, welche noch Licht von der Sonne bekommen, während die Thäler schon im Dunkel liegen; am Rande erscheinen sie gar wie Zacken. Sie werfen auch einen Schatten, der sich wie bei irdischen Gegenständen mit dem Stande der Sonne ändert. Messungen haben gelehrt, dass diese Mondsberge beinahe um  $\frac{1}{3}$  höher sind, als die höchsten Berge unserer Erde. Auch die Gestalt der Mondsberge



ist interessant. Einige sind flach, wie unsere niedern Bergreihen, andere steil und stehen entweder in einzelnen Massen da oder gehen in Ketten fort und theilen sich in Äste. Vorzüglich häufig kommen die Berge vor, welche wie ein kreisrunder Wall gebildet sind; diese umgeben zuweilen einen Theil der Ebene, die ihnen zur Basis dient, schliessen aber auch oft Vertiefungen wie die Krater unserer Vulkane ein. Letztere sind immer vollkommen rund, nicht sehr hoch, und haben nach aussen einen sanften Abhang, und eine sehr grosse Basis. Auch ist die Tiefe des Kraters desto grösser, je kleiner seine Basis ist, und das Volumen des Walles entspricht völlig der Vertiefung, so dass man wohl annehmen kann, solche Ringberge seyen durch vulkanische Ausbrüche entstanden, die am Monde noch jetzt statt finden müssen, weil man schon öfters im dunkeln Theile der Scheibe plötzlich glühende Stellen bemerkte, und weil nicht selten nach einem wohl wahrnehmbaren Leuchten einer Stelle der dort befindliche Berg eine Änderung erlitten hat. Aus einigen Wällen ragt in der Mitte ein neuer Berg hervor. — Die Ebenen und Thäler im Monde erkennt man aus ihrem aschfarbigen Lichte. Sie sind nicht unbedeutend, und so wie auf der Erde von Hügeln und Bergen durchschnitten. Man hielt diese Flecken ehemals für Meere; allein davon ist man zurückgekommen, weil man bemerkte, dass sie kein ganz gleichförmiges Licht haben, wie es bei dem Wasser der Fall seyn müsste. Etwas dem Wasser Ähnliches kann man im Monde gar nicht wahrnehmen. — Wenn der Mond eine Atmosphäre hat, so muss sie aus einem sehr feinen Stoffe bestehen. Ganz kann man sie ihm nicht absprechen, weil sich bei Sonnenfinsternissen etwas wie ein grauer Nebel um den Mondskörper zeigt, und weil kurz vor und nach dem Neumonde etwas unserer Dämmerung Ähnliches an den Hörnern des erleuchteten Theiles des Mondes erscheint. Man will in dieser Atmosphäre sogar ein unsern Wolken ähnliches, nur vielmal schwächeres, Phänomen entdeckt haben.



Es gibt drei Methoden, die Höhe der Mondsberge zu messen. 1) Wenn der Fuss eines Berges sich genau im hellen Rande des Mondes befindet, so ragt seine Spitze über demselben hervor, und eine Messung des Verhältnisses dieser Unebenheit des Randes zum bekannten Durchmesser des Mondes gibt die Höhe des Berges. 2) Diese findet man auch aus dem Abstände der beleuchteten, aber noch auf der Nachtseite des Mondes befindlichen, Bergspitzen von der Lichtgränze im Verhältnisse zum Durchmesser. 3) Berge und Höhlen des Mondes werfen die längsten Schatten kurze Zeit vor oder nach dem Neumonde; desto kürzere, je mehr der Mond zunimmt, und endlich gar keine im Vollmonde. So wie man nun auf der Erde aus der Tageszeit oder der Höhe der Sonne und der Schattenlänge eines Thurmes seine Höhe findet, so lässt sich auch die Höhe der Mondsberge oder die Tiefe seiner Versenkungen aus der Länge der Schatten und der Entfernung der Berge von der Lichtgränze oder der Höhe der Sonne über ihrem Horizonte berechnen. — In den jetzt gebräuchlichen Mondskarten sind die Namen der Flecken theils aus der mathematischen Literatur, theils aus der Phantasie genommen.

#### §. 430.

**Erfahrung.** Die Flecken der Sonne (§. 272.) sind verschieden an Zahl, Grösse und Beschaffenheit. Manchmal erscheinen gar keine auf der Sonne. Sie haben meistens einen sehr schwarzen Mitteltheil, und um ihn eine minder dunkle nebligte Einfassung. Indess gibt es auch einige ohne schwarzen Kern. Ausser diesen dunkeln Theilen bemerkt man auch noch solche, die mehr leuchten als der übrige Theil, und welche Fackeln genannt werden. Viele derselben liegen einzeln und nicht scharf begrenzt auf der Sonnenscheibe; manche sind an einander gereiht und erscheinen wie Landschaften voll Berge und Thäler. Wahrscheinlich sind die Flecken solche Stellen, wo die leuchtende Sonnenatmosphäre durchbrochen ist, und uns einen Blick auf den dunkeln Sonnenkörper gestattet; die Fackeln dagegen Anhäufungen jener Atmosphäre.

#### §. 431.

**Erfahrung.** Merkur hat, vorzüglich im südlichen Theile, Gebirge, welche die höchsten der Erde fast drei-



mal übertreffen, und Züge von 40 Meilen Breite und 80 Meilen Länge bilden. Im Verhältnisse der Durchmesser unserer Erde und des Merkurs sind seine Berge achtmal grösser als die unsrigen. Schröter beobachtete auch Wolkenzüge auf dem Merkur, welche sich oft auf eine Strecke von mehrern hundert Meilen verbreiteten, einen klaren Dunstkreis und Phasen. — Die Venus zeigt ebenfalls Phasen, wobei die Lichtgrenze nie rein abgeschnitten, sondern sehr uneben erscheint. In beträchtlicher Entfernung von dieser, im unbeleuchteten Theile, sieht man isolirte Lichtpunkte. Durch diese Beobachtungen überzeugte sich Schröter von dem Daseyn der Berge, welche manchmal die Höhe von 7 Meilen erreichen, meistens auf der südlichen Halbkugel sich befinden, und dort 200 Meilen lange Ketten bilden. Es will auch etwas der Dämmerung Ähnliches an der Lichtgrenze beobachtet haben, und vermuthet hieraus das Daseyn einer Atmosphäre. — Mars hat auf seiner Oberfläche bedeutende Flecken, wovon einige konstante sind, andere aber sich sehr schnell verändern, und daher wahrscheinlich einer dichten Atmosphäre angehören. Seine Pole zeigen in ihrem Winter ein glänzenderes Licht, als die andern Theile, gerade als wenn er dort mit Eis bedeckt wäre; in ihrem Sommer verschwinden diese hellen Stellen schnell, was eine kräftigere Wärmeentwicklung auf der Oberfläche dieses Planeten als auf unserer Erde vermuthen lässt. Sein Licht ist feuerroth. — Die Asteroiden haben nach Schröter ein so helles blendendes Licht, dass er sie für selbstleuchtende Körper zu halten geneigt ist. Sie müssen gewaltige Atmosphären haben, weil sie oft, besonders Ceres, von einer Art Nebel eingehüllt, bald in einem farbigen Lichte strahlen, oft aber ganz mit reinem Lichte glänzen. — Jupiter ist nach der Venus der glänzendste Planet, hat ein gelbes Licht und ist an den Polen abgeplattet. Durch gute Fernrohre entdeckt man auf seiner Oberfläche vier grosse, unter einander und mit der Ekliptik beinahe parallele, Streifen, von welchen die zwei dem



Äquator nächsten auch die beständigsten, die andern aber grossen Veränderungen unterworfen sind, besonders der obere oder nördliche, welcher zuweilen ganz verschwindet. Ausserdem ist Jupiter noch mit vielen andern kleinen dunkeln Streifen bedeckt, zwischen welchen die untere helle Oberfläche des Planeten durchschimmert, und von denen einige sogar ihren Platz auf jener Fläche oft innerhalb weniger Stunden ändern, so dass man glaubt, sie seyen Wolken, welche in einer unruhigen Atmosphäre durch Winde bewegt werden. — Saturns Scheibe ist merklich an zwei Stellen abgeplattet, so dass der Durchmesser, der mit seinem Äquator einen Winkel von  $45^\circ$  macht, am grössten ist. Allein diese Abplattung ist nach Schröter nicht immer von einerlei Grösse, ohne dass jedoch bei dieser Veränderung die Regelmässigkeit der Gestalt leidet, so dass es scheint, als wäre der Planet von einer flüssigen Masse umgeben, die einer Art Ebbe und Fluth unterworfen ist. Zugleich zeigt er beständige und veränderliche Flecken. An seinem Ringe erkennt man, wenn er eine günstige Lage hat, durch gute Fernrohre mehrere Unebenheiten, welche die Dicke des Ringes beinahe zweimal an Höhe übertreffen. — Die physische Beschaffenheit der übrigen zu unserm Sonnensysteme gehörigen Himmelskörper ist uns gänzlich unbekannt.

#### §. 432.

**Erfahrung.** An den beiden Polen der Milchstrasse ist der Himmel am wenigsten mit Sternen besetzt; je mehr man sich aber davon entfernt, desto dichter erscheinen sie. Höchst wahrscheinlich bilden die Sterne der Milchstrasse ein eigenes Sternensystem, dessen Mittelpunkt nahe an unserm Sonnensysteme liegt; ein System, wie es deren mehrere, ja unzählige gibt. Man sieht nämlich an vielen Stellen des Himmels lichte Stellen, deren einige sich nur durch vorzügliche Fernrohre in einzelne Sterne auflösen lassen, und wieder andere, über welche selbst die besten Instrumente nichts vermögen,



oder die sich nur wieder in nebelartige lichte Punkte auflösen. Man nennt sie Nebelflecken. Herschel hat deren über 3000 entdeckt. Auch diese würden, gleich der Milchstrasse, die Erde wie ein Gürtel umspannen, wenn sie sich innerhalb desselben und nicht weit von dessen Mittelpunkt befände, und umgekehrt würde die Milchstrasse, wenn wir uns um 100 ihrer Durchmesser ausser ihr befänden, uns nur wie ein Nebelfleck von 17' erscheinen.

### §. 433.

**Zusatz.** Die Fixsterne müssen leuchtende Körper wie unsere Sonne seyn, weil sie in einer so grossen Entfernung noch gesehen werden können. Sollten aber wohl diese Millionen Sonnen nicht auch von Planeten umgeben seyn, denen sie Licht und Wärme zusenden? Man kann füglich die Vermuthungen noch weiter treiben, und es für wahrscheinlich halten, dass alle diese Sonnensysteme selbst wieder eine Bewegung um einen Centalkörper haben. Diess machen vorzüglich jene Sterne wahrscheinlich, die durch Fernrohre als zwei oder gar als mehrere Sterne erscheinen, und daher Doppelsterne oder mehrfache Sterne heissen. Viele dieser Sterne mögen allerdings nur scheinbar so nahe stehen; die meisten aber sind höchst wahrscheinlich einander wirklich sehr nahe, und machen vielleicht ein durch Attraktion verbundenes besonderes System aus. Beobachtungen haben gelehrt, dass wirklich beide Sterne eines Doppelsternes dieselbe eigene Bewegung im Raume haben, dass sich aber einer um den andern bewegt, und man hat sogar Gründe zu glauben, sie bewegen sich wie die Planeten in elliptischen Bahnen. An den mehrfachen Sternen bemerkt man, dass sich eine ganze Gruppe von Sternen um einen bewegt.

### §. 434.

**Erfahrung.** Merkwürdig sind die Veränderungen, die man an einzelnen Sternen bemerkt. Einige haben



einen periodischen Lichtwechsel. So nimmt z. B. Algol innerhalb 69 Stunden an Lichtstärke ab und zu; ein Stern im Wallfische hat eine solche Periode von 332, ein anderer in der Wasserschlang eine von 494 Tagen. Man glaubt, diese Erscheinung komme von einer Axendrehung der Sterne, durch welche uns bald ein stärker, bald ein schwächer leuchtender Theil der Sonnenoberfläche zugewendet wird. Man hat auch schon Sterne bemerkt, die plötzlich hell leuchtend erschienen, einige Zeit sichtbar blieben, und dann eben so plötzlich wieder verschwanden. Von der Art war der Stern, welcher 1572 in der Cassiopea sichtbar wurde. Er erschien, übertraf bald alle andern Sterne an Lichtglanz, änderte seine Farbe öfters, und verschwand nach 6 Monaten, ohne seinen Platz am Himmel zu ändern. Jeder Fixstern hat auch eine eigene Bewegung im Raume, die aber erst nach einer langen Reihe von Jahren bemerkbar wird, und über deren Richtung und Grösse sich noch nichts Sicheres entscheiden lässt.

#### §. 435.

**Zusatz.** Aus allem Bisherigen geht hervor, dass das unendliche Heer der Himmelskörper aus mehreren Systemen besteht, deren Theile durch das Gesetz der gegenseitigen Anziehung zu einem Ganzen vereinigt sind. Das kleinste dieser Systeme ist das der Trabanten und ihres Hauptplaneten; die nächst grössern bilden die Planetensysteme, deren einem unsere Erde angehört. Millionen solcher Planetensysteme mit ihren Sonnen bewegen sich um einen grössern Centrankörper, und bilden wieder ein höheres System; eine ungemessene Zahl solcher Systeme erkennen wieder einen andern Centrankörper als Beherrscher, und bilden ein System, wovon unsere Milchstrasse und vielleicht jeder Nebelfleck eines vorstellt, und so übersteigt der sichtbare Theil der Schöpfung schon die engen Grenzen unsers Verstandes, und doch ist es gewiss nur der Vorhof des unendlichen Tempels, dessen Grösse unser Vorstellungsvermögen übersteigt.



---

**Das Nothwendigste**  
v o n d e r  
**C h r o n o l o g i e.**

---

§. 1.

**Erklärung.** Die Chronologie ist die Lehre von den im bürgerlichen Leben eingeführten Zeitabschnitten. Diese sind theils natürliche, theils willkührliche. Die natürlichen rühren entweder von der Sonne her: wahre Sonnentage, Monate, Jahre, — oder vom Monde: synodische Mondsmonate und deren Viertel. Die willkührlichen sind die Eintheilungen in Stunden, Minuten, Sekunden, und die Sammlungen in Wochen, Olympiaden, Lustra, Jahrzehnte, Jahrhunderte u. s. w.

Verschiedenheit der Tage (§. 48. 129.), und in der Zählung der Stunden (§. 144.).

§. 2.

**Anmerkung.** Die Wochentage haben folgende Namen und Zeichen:

☉ Sonntag, dies solis.

☾ Montag, dies lunae.

♂ Dienstag, dies Martis.



- ♄ Mittwoch, dies Mercurii.
- ♃ Donnerstag, dies Jovis.
- ♀ Freitag, dies Veneris.
- ♄ Samstag, dies Saturni.

Diese lateinischen Namen sind ein Rest der [alten Astrologie. Die ägyptischen Astrologen ordneten nämlich die Himmelskörper nach ihrer vermeintlichen Entfernung von der Erde so: Saturn, Jupiter, Mars, Sonne, Venus, Merkur, Mond, und sie nahmen an, dass jeder dieser Planeten nach der Reihe die Herrschaft über eine der 24 Tagesstunden habe, und dass der Regent der ersten Tagesstunde zugleich dem ganzen Tage, und derjenige der ersten Jahresstunde zugleich dem ganzen Jahre den Namen gebe. Regiert also Saturn heute in der ersten Stunde, d. h. ist heute Sonnabend; so hat man  $25 = 4 + (3.7)$ , und es regiert daher in der ersten Stunde des folgenden Tages der vierte Himmelskörper in der obigen Reihe, nämlich die Sonne. Die deutschen Namen sind zum Theil so abzuleiten. Dienstag heisst im Englischen Tuesday, im Oberdeutschen Erichtstag oder Irtag; Tag des Kriegsgottes, der im Angelsächsischen Thus, im Oberdeutschen Erich hiess. Donnerstag heisst im Englischen Thursday; Tag des Donnergottes Thur, des nördlichen Jupiters. Freitag heisst im Englischen Friday; Tag der Freya, der nordischen Venus. — Das Wort Woche entstand aus dem gothischen Wik, das bei Ulfilas Ordnung oder regelmässigen Wechsel bedeutet.

Die jetzt bei uns gebräuchlichen Benennungen der Monate sind aus den ältesten Zeiten der Römer auf uns herübergekommen. Der Monat Januar ist genannt von Janus; Februar von februare, reinigen, weil während dieses Monates an den Festtagen der Lupercalien die Reinigung der Lebenden und die Sühnopfer der Todten vorgenommen wurden; März von Mars, dem Vater des Romulus; April von aperire, weil sich die in diesem Monate aufthauende Erde gleichsam wieder öffnet; May von Maja, der Mutter Merkurs; Juny von Juno; July, früher



Quintilis, zu Ehren des Julius Cäsars; August, früher Sextilis, zu Ehren Octavians, welcher den Namen Augustus annahm; September etc. nach der Ordnungszahl dieser Monate in den Jahren vor der durch Numa vorgenommenen Verbesserung (712 v. Chr.).

### §. 3.

**Erklärung.** Der Kalender ist die anschauliche Darstellung des ganzen Jahres mit seinen Abtheilungen in Monate und Wochen, mit den Festen und sonstigen merkwürdigen Tagen. Zugleich werden in demselben der Auf- und Untergang der Sonne und des Mondes, die Phasen des Mondes, seine Verfinsterungen und die Bedeckungen der Sonne u. dgl. mehr angegeben. Sein Name kömmt her von *καλεῖν*, weil bei den Römern die Neumonde und Feste am ersten Tage eines Monates ausgerufen wurden.

### §. 4.

**Erklärung.** Der neuere christliche Kalender hat folgende Einrichtung: die Epoche ist die Geburt Christi; des Jahresanfang ist der achte Tag nach dem Geburtstage oder der Tag der Beschneidung Christi; die Jahresform ist ein reines Sonnenjahr von 365 Tagen mit Schaltjahren; die Eintheilung geschieht in 12 Monate von 30 oder 31 Tagen, mit Ausnahme des Februars von 28 oder 29 Tagen; die Einschaltungsform ist folgende:

- A. drei Jahre sind gemeine, das vierte ist ein Schaltjahr, und zwar jenes, welches durch 4 ohne Rest theilbar ist;
- B. drei Schlussjahre des Jahrhunderts sind gemeine Jahre, das vierte ist ein Schaltjahr; und zwar jenes, das durch 400 ohne Rest theilbar ist;
- C. drei Schlussjahre des Jahrtausends sind Schaltjahre, das vierte ist ein gemeines Jahr.



Da der Sextilis nur 30 Tage hatte, und somit dem Julius nachstand; so gaben ihm die Römer einen Tag aus dem Februar, und machten so die Schmeicheley gegen Octavian jener gegen Cäsar gleich. (§. 2.)

## §. 5.

**Aufgabe.** Das tropische Sonnenjahr =  $365^d, 242255$  (§ 140.) durch eine Periode von Jahren darzustellen, welche nur eine Anzahl von ganzen Tagen enthalten.

**Auflösung.** Die Periode enthalte  $x$  gemeine und  $y$  Schaltjahre. Es ist also die Anzahl der Tage dieser Periode =  $365x + 366y = 365(x + y) + y$ , Jahre dieser Periode =  $x + y$ ; also

$$\text{Länge eines Jahres} = \frac{365(x+y) + y}{x+y} = 365 + \frac{y}{x+y}, \text{ und}$$

$$365 + \frac{y}{x+y} = 365, 242255$$

$$\frac{y}{x+y} = 0, 242255$$

$$y = 0, 242255x + 0, 242255y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{0, 757745}{0, 242255} = \frac{3127881771}{1000000000}$$

Ferner sey  $\frac{x}{y}$  der Reihe nach gleich den Grössen

$$a, a + \frac{1}{b}, a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}} \text{ u. s. w.,}$$

so werden diese Werthe von  $\frac{x}{y}$  abwechselnd zu gross und zu klein, aber der Wahrheit desto näher seyn, je weiter man fortrechnet. — Man erhält der Reihe nach  $a = 3, b = 7, c = 1, d = 4, e = 1, f = 1$  u. s. w., und, wenn  $L$  die Länge des Jahres und  $dL$  den Fehler derselben bedeutet, für die



| Quotienten-<br>anzahl. | $\frac{x}{y}$    | L.                    |   | dL.                     |
|------------------------|------------------|-----------------------|---|-------------------------|
| 1.                     | $\frac{3}{1}$    | 365 <sup>d</sup> , 25 | — | 0 <sup>d</sup> , 007745 |
| 2.                     | $\frac{22}{7}$   | 365, 2414             | + | 0, 000855               |
| 3.                     | $\frac{25}{8}$   | 365, 242424           | — | 0, 000169               |
| 4.                     | $\frac{122}{39}$ | 365, 242235           | + | 0, 000020               |
| 5.                     | $\frac{147}{47}$ | 365, 242268           | — | 0, 000013               |
| 6.                     | $\frac{269}{68}$ | 365, 2422535          | + | 0, 0000015.             |

## §. 6.

Zusatz. 1. Die erste der oben gefundenen Perioden ist die unter Julius Cäsar vom Sosigenes (44 vor Chr.) eingeführte, welche nach drei gemeinen Jahren ein Schaltjahr, und das Jahr dadurch zu gross annimmt, so dass in 129 Jahren ein Fehler von  $129 \cdot 0,007745 = 1^d$  begangen wird, und in dieser Zeit der julianische Kalender um einen Tag hinter dem wahren Sonnenjahre zurück bleibt. Diese Einschaltungsform gab übrigens die Regel (A.) im §. 4.

2. Die dritte der obigen Perioden kömmt nahe an die unter dem Pabste Gregor XIII. von Aloysius Lelius (1582) gemachte Verbesserung. Gregor wollte nämlich das Frühlingsäquinoktium auf den Tag zurückführen, an welchem es zur Zeit der nicäischen Kirchenversammlung (325) eingetroffen war, und dieser war nach Annahme des Conciliums der 21. May. Für diesen Zeitraum betrug nun der Fehler des julianischen Kalenders (1582 — 325)  $0,007745 = 9^d,7355$ , wofür Lelius volle 10 Tage annahm, und sie aus dem Kalender wegwarf, so dass man nach Donnerstag 4. Oktober



alten Styles sogleich Freitag 15. Oktober neuen Styles zählte. Zugleich wurde die als Regel (B.) im §. 4. angeführte Einschaltung angeordnet, wie auch

$$0,007745 \cdot 400 = 3^d,098 \text{ gibt.}$$

$$3. \text{ Da } \frac{(365,25 \cdot 400) - 3}{400} = 365^d,2425 \text{ die Länge}$$

des Jahres im gregorianischen Kalender, mithin um  $0^d,000245$  zu gross ist, was in 4082 Jahren einen Tag macht; so gebraucht man die in neuester Zeit eingeführte Regel (C.) im §. 4., wodurch das Jahr  $= 365^d,24225$ , also nur um  $0^d,000005$  zu klein wird, was erst in 200000 Jahren einen Tag beträgt. Es ist nämlich

$$\frac{(365,25 \cdot 4000) - 31}{4000} = 365,24225.$$

4. Die letzte der oben gefundenen Perioden wäre wohl die genaueste; allein an praktischem Werthe bleibt die gregorianische unübertrefflich.

#### §. 7.

**Zusatz.** Der Schalttag im Schaltjahre ist der 24. Februar, was schon bei der julianischen Reform festgesetzt worden ist. Weil nun der 24. Februar nach dem alten römischen Kalender der dies sextus Calendarum Martii war, so wurde im Schaltjahre ein doppelter dies sextus gezählt, und der eingeschaltete 24. Februar wurde dies bis sextus genannt. Daher die lateinische Benennung des Schaltjahres: annus bis sextilis.

#### §. 8.

**Anmerkung.** In Europa ist jetzt fast allgemein der gregorianische Kalender angenommen. Die Protestanten jedoch nahmen ihn erst um ein Jahrhundert später und mit sogenannten Verbesserungen an. Es wurden in Deutschland, Holland u. s. w. im Jahre 1700 aus dem Kalender 11 Tage weggeworfen, so dass nach dem 18. Februar sogleich der 1. März gezählt wurde. In Eng-



land geschah diese Einführung erst i. J. 1752, in Schweden i. J. 1753. Nur in Russland ist noch der ältere julianische Kalender beibehalten worden, der jetzt um 12 Tage abweicht, und den 1. Januar zählt, wenn wir schon den 13. haben. Der Jahresanfang des russischen Kalenders rückt also immer mehr gegen das Frühlingsäquinoktium vorwärts, weil das mittlere Jahr zu gross ist.

### §. 9.

**Erklärung.** Der Sonntagscyclus ist eine Periode von 28 Jahren, nach deren Vollendung die Wochentage wieder auf dieselben Monatstage fallen. Nach der Bestimmung des Abtes Dionysius Exiguus im 6. Jahrhunderte fängt dieser Cyclus 9 Jahre vor Chr. Geb. an. Wenn man ferner die Wochentage vom 1. Tage des Jahres an mit den Buchstaben: A, B, C, D, E, F, G, bezeichnet, und so die Bezeichnung der Tage fortsetzt; so heisst der Buchstabe, der auf einen Sonntag trifft, Sonntagsbuchstabe.

### §. 10.

**Zusatz.** Da  $365 = (52 \cdot 7) + 1$  ist, so endigt sich jedes gemeine Jahr mit demselben Wochentage, mit welchem es anfängt, woraus folgt, dass die Sonntagsbuchstaben alle Jahre um eine Stelle rückwärts fortrücken, oder dass, wenn G der Sonntagsbuchstabe eines Jahres ist, jener des folgenden F, des dritten E u. s. w. seyn wird. Wenn aber das Jahr ein Schaltjahr von  $366 = (52 \cdot 7) + 2$  ist, so rückt im folgenden Jahre der Sonntagsbuchstabe um zwei Stellen in verkehrter Ordnung fort. Da ferner der Schalttag nach dem 23. Februar eingerückt wird, so erhalten in einem Schaltjahre der 23. u. 24. Februar denselben Buchstaben, woraus folgt, dass jedes Schaltjahr zwei Sonntagsbuchstaben hat, einen, z. B. das D vom 1. Januar bis 23. Februar, und den nächst vorhergehenden C vom 24. Februar bis 31. December.



## §. 11.

**Zusatz.** Da die Sonntagsbuchstaben rückwärts aus ihren Stellen rücken, so hat man dem 28. Jahre oder dem letzten im Sonnencyclus den Sonntagsbuchstaben A beigelegt. Für den gregorianischen Kalender ist der Sonnencyclus der nämliche, wie im julianischen; sein Sonntagsbuchstabe aber wird so gefunden. Im Jahre 1582 rückte der julianische Sonntagsbuchstabe um 10, d. h. um 3 Stellen vor, und da das Säkularjahr 1600 auch im gregorianischen Kalender ein Schaltjahr blieb, so sind von 1582 bis 1700 die gregorianischen Sonntagsbuchstaben um 3, von 1700 bis 1800 um 4, von 1800 bis 1900 um 5 Stellen voraus, wonach man sich folgende Tafel entwerfen kann.

| Sonnencyclus.                         | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
|---------------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Jul. ☉buchstabe.                      | GF | E  | D  | C  | BA | G  | F  |
| Gregor. ☉buchstabe.<br>1800 bis 1900. | ED | C  | B  | A  | GF | E  | D  |
| Sonnencyclus.                         | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| Jul. ☉buchstabe.                      | E  | DC | B  | A  | G  | FE | D  |
| Gregor. ☉buchstabe.<br>1800 bis 1900. | C  | BA | G  | F  | E  | DC | B  |
| Sonnencyclus.                         | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| Jul. ☉buchstabe.                      | C  | B  | AG | F  | E  | D  | CB |
| Gregor. ☉buchstabe.<br>1800 bis 1909. | A  | G  | FE | D  | C  | B  | AG |
| Sonnencyclus.                         | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| Jul. ☉buchstabe.                      | A  | G  | F  | ED | C  | B  | A  |
| Gregor. ☉buchstabe.<br>1800 bis 1900. | F  | E  | D  | CB | A  | G  | F  |



## §. 12.

**Aufgabe.** Den Sonnencyclus und Sonntagsbuchstaben für das Jahr 1830 zu finden.

**Auflösung.** Der Sonnencyclus ist der Rest von der Division  $\frac{1830 + 9}{28}$ , oder 19; mithin der julianische Sonnenbuchstabe E, und der gregorianische C.

Gibt die Division keinen Rest, so ist der Buchstabe aus der 28. Spalte zu nehmen.

## §. 13.

**Aufgabe.** Zu bestimmen, welcher Wochentag der 17. November 1831 sey.

**Auflösung.** Der Sonnencyclus ist 20, und der Sonntagsbuchstabe B. Diesem B geht nur A voraus; also ist der 1. Januar ein Sonnabend. — Der 17. November ist der 321. Tag. Vom ersten Sonntage bis zum 17. November sind also 320 Tage verflossen, die mit 7 dividirt den Rest 5 geben. Folglich ist der 17. November 1831 ein Donnerstag.

## §. 14.

**Erklärung.** Der Mondscyclus ist eine Periode von 19 julianischen Jahren, nach deren Verlauf die Neumonde an gleichen Tagen wiederkehren (§. 355.). Dionysius Exiguus lässt diesen Cyclus 1 Jahr v. Ch. G. anfangen. Die Zahl, welche angibt, das wie vielste Jahr dieses Cyclus ein gegebenes Jahr sey, heisst die goldene Zahl. — Der Indictionscyclus ist eine Periode von 15 Jahren, die seit 313 in Gebrauch kam, und sich auf das Steuerwesen bezog. Die Zahl, welche angibt, das wie vielste dieser Periode ein gegebenes Jahr sey, heisst die Römerzinszahl.

## §. 15.

**Aufgabe.** Die goldene Zahl und die Römerzinszahl für das Jahr 1830 zu bestimmen.



Auflösung. Die erste ist der Rest von der Division  $\frac{1830 + 1}{19}$ , oder 7, und die zweite der Rest von der Division  $\frac{1830 - 312}{15}$ , oder 3.

## §. 16.

Erklärung. Die kirchliche Epakte (Mondszeiger) eines Jahres heisst die Anzahl der Tage, welche im Anfange eines bürgerlichen Sonnenjahres seit dem letzten wahren Neumonde verflossen sind, und in ganzen Zahlen ausgedrückt werden, während man zugleich für den Monat 30 Tage annimmt (§. 361.). Es ist nun die Länge des tropischen Sonnenjahres  $365^h, 242255$  und 12 synodische Monate geben  $254, 367080$ , also ist die Differenz beider Jahre  $10, 875175 = 11$  beinahe. Ist mithin die Epakte des ersten Jahres 11, so ist sie im zweiten 22, im dritten  $33 - 30 = 3$  u. s. w. Nach 19 Jahren werden die nämlichen Epakten wiederkehren (§. 355.).

## §. 17.

Aufgabe. Die julianische und gregorianische Epakte zu finden.

Auflösung. Jedes Jahr des Mondscyclus oder jede goldene Zahl wird durch 11 multiplicirt, und von dem Produkte 30 so oft als möglich abgezogen; der Rest ist die julianische Epakte. In dem gegenwärtigen 19. Jahrhunderte findet man aber die gregorianische Epakte, wenn man von der julianischen 11 subtrahirt, nachdem man sie zuerst, wenn es nöthig ist, um 30 vermehrt hat. Es fällt nämlich durch die erste Methode die Epakte alle 300 Jahre nahe um einen Tag zu spät. Ferner wurden i. J. 1582 zehn Tage weggenommen, also die gregorianische Epakte um 10 kleiner, als die julianische, und dieser Unterschied dauerte bis 1700. In diesem Jahre, wel-



ehes nach dem gregorianischen Kalender ein gemeines Jahr ist, während es im julianischen ein Schaltjahr blieb, wurde jener Unterschied um 1 Tag vermehrt, und die gregorianische Epakte ist von 1700 bis 1800 um 1 kleiner. Im Jahre 1800 trat derselbe Fall ein, und jene Differenz hätte für das 19. Jahrhundert in 12 übergehen sollen. Da aber nun seit der gregorianischen Verbesserung beinahe 300 Jahre verflossen waren, folglich die Korrektion der julianischen Epakte nach dem Vorhergehenden beinahe einen Tag beträgt, so behielt man für das 19. Jahrhundert die Differenz 11 bei (welche für 1900 bis 2200 in 12 übergehen wird).

## §. 18.

Anmerkung. Der Gebrauch der nachstehenden Tafel ergibt sich von selbst.

| Goldene<br>Zahl. | Jul.<br>Epakte. | Gregor.<br>Epakte. | Goldene<br>Zahl. | Jul.<br>Epakte. | Gregor.<br>Epakte. |
|------------------|-----------------|--------------------|------------------|-----------------|--------------------|
| 1                | XI.             | *                  | 11               | I.              | XX.                |
| 2                | XXII.           | XI.                | 12               | XII.            | I.                 |
| 3                | III.            | XXII.              | 13               | XXIII.          | XII.               |
| 4                | XIV.            | III.               | 14               | IV.             | XXIII.             |
| 5                | XXV.            | XIV.               | 15               | XV.             | IV.                |
| 6                | VI.             | XXV.               | 16               | XXVI.           | XV.                |
| 7                | XVII.           | VI.                | 17               | VII.            | XXVI.              |
| 8                | XXVIII.         | XVII.              | 18               | XVIII.          | VII.               |
| 9                | IX.             | XXVIII.            | 19               | XXIX.           | XVIII.             |
| 10               | XX.             | IX.                |                  |                 |                    |

## §. 19.

Erklärung. Nach dem Beschlusse der nicäischen Kirchenversammlung soll Ostern an dem Sonntage gefeiert werden, der zunächst auf den Vollmond nach der Frü-



lingsnachtgleiche folgt, und wenn dieser Vollmond selbst auf einen Sonntag fällt, so soll Ostern auf den nächstfolgenden Sonntag verlegt werden. Die kirchliche Frühlingsnachtgleiche soll immer auf den 21. März fallen, für den Vollmond aber immer der 14. Tag vom Neumonde an, der Tag des Neumondes selbst für den ersten gerechnet werden.

#### §. 20.

**Erklärung.** Die julianische Berechnung des Osterfestes ist diejenige, welche durch den Mondscylus geschieht, während die gregorianische durch die kirchlichen Epakten geschieht, und, genauer als die erste, doch nicht immer mit der astronomischen Berechnung übereinstimmt. Denn mittelst jener Epakten findet man zwar den Tag, auf welchen der Vollmond einfällt, aber nicht die Stunde, in welcher solches geschieht. Es kann sich daher ereignen, dass nach der astronomischen Rechnung der Ostervollmond in der Nacht auf den Sonntag vor Mitternacht, und also noch am Sonnabende eintritt, wenn er nach den Epakten nach Mitternacht, also auf den Sonntag fällt, und also Ostern um 8 Tage später gefeiert werden muss. Eben so ist auch der umgekehrte Fall möglich. — Die Protestanten führten, als sie i. J. 1700 den gregorianischen Kalender annahmen, die astronomische Berechnung des Osterfestes ein, und brachten so ihren verbesserten Kalender zu Stande. Sie bestimmten nämlich, dass derjenige Vollmond als Ostervollmond angesehen werden soll, der nach der Rechnung für den Meridian von Uranienburg am 21. März oder später eintrete. Jedoch i. J. 1777 vereinigten sich die Reichsstände zu Regensburg, dass der Ostervollmond in Zukunft nur nach den kirchlichen Epakten berechnet werden soll, wodurch der allgemeine Reichskalender entstand, der bald auch von den Protestanten ausser Deutschland angenommen wurde.



## §. 21.

**Aufgabe.** Das Osterfest für den julianischen und den gregorianischen Kalender zu berechnen.

**Auflösung.** Man setze im julianischen Kalender  $M = 15$ ,  $N = 6$

und im gregorianischen von 1582 bis 1699,  $M = 22$ ,  $N = 3$

1700 — 1799 . . . 23, . . . 3

1800 — 1899 . . . 23, . . . 4

1900 — 2099 . . . 24, . . . 5

2100 — 2199 . . . 24, . . . 6

und dividire

das gegebene Jahr durch 19, nenne den Rest  $a$ ,

das gegebene Jahr durch 4, . . . . .  $b$ ,

das gegebene Jahr durch 7, . . . . .  $c$ ,

die Zahl  $(19a + M)$  durch 30, . . . . .  $d$ ,

die Zahl  $(2b + 4c + 6d + N)$  durch 7, . . . . .  $e$ ;

so hat man das Osterfest am  $22 + d + e$  März,

oder am  $d + e - 9$  April.

Diese Regel ist allgemein für den julianischen Kalender; sie hat aber zwei Ausnahmen im gregorianischen. Wenn die Rechnung für den Ostersonntag den 26. April gibt, so muss man immer den 19. April nehmen. Wenn die Rechnung für den Ostersonntag den 25. April gibt, und zugleich  $d = 18$  und  $a$  grösser als 10 ist; so muss man immer den 18. April nehmen.

Der Beweis dieser Auflösung ist in Conn. des tems 1817. p. 307.

## §. 22.

**Beispiel.** Für das Jahr 1830 ist im gregorianischen Kalender

$$a = 6$$

$$b = 2$$

$$c = 3$$

$$d = 17$$

$$e = 3$$

$$22 + d + e = 42. \text{ März}$$

$$d + e - 9 = 11. \text{ April,}$$

also das Osterfest am 11. April.



## §. 23.

**Zusatz.** Nach dem Ostersonntage richtet sich die Sonntagsfeier auf folgende Art für die Katholiken.

1. Der Sonntag 9 Wochen vor Ostern heisst Septuagesima, und er beginnt eine konstante Reihe von 10 Sonntagen, deren letzter das Osterfest ist.

2. Der 7. Sonntag nach Ostern ist das Pfingstfest, und diese Reihe der Sonntage von Ostern bis Pfingsten ist auch immer konstant. Die nach Pfingsten folgenden Sonntage werden mit 1., 2. u. s. w. gezählt bis zum ersten Adventsonntage, der immer zwischen dem 27. November und 3. December, oder auf den 27. November selbst, wenn dieser ein Sonntag ist, fällt. Kömmt Ostern nicht vor dem 24. April, so kann es 23 Sonntage nach Pfingsten, und fällt Ostern noch vor dem 27. März, so kann es 28 Sonntage nach Pfingsten geben.

3. Die nächsten drei Sonntage, welche nach dem ersten Adventsonntage fallen, werden 2., 3. und 4. im Advent genannt.

4. Vom 6. Januar bis zu Septuagesima zählt man die Sonntage nach Nummern, wie sie nach Epiphania folgen. Die grösste Zahl dieser Sonntage ist 6, wenn Ostern am 23., 24. oder 25. April fällt; die kleinste ist 1, wenn Ostern am 22., 23. oder 24. März fällt.

5. Fällt zwischen dem 1. und 6. Januar ein Sonntag, so heisst er Sonntag nach Neujahr; fällt nach dem 25. December noch ein Sonntag, so heisst dieser der Sonntag nach Weihnacht.

Mit dem ersten Adventsonntage fängt das kirchliche Jahr an, d. i. die Reihe der Gebete in den Messbüchern und Brevieren, die Evangelien u. dgl.

## §. 24.

**Anmerkung.** Folgendes ist eine vollständige Zusammenstellung aller Sonntage mit ihren Evangelien.



Sonntag nach Neujahr: Flucht nach Egypten. Matth. 2., wenn dieser Sonntag nicht die Oktave des Festes des heil. Stephans, Johannes oder der unschuldigen Kinder ist; denn in diesem Falle trifft das Evangelium der respektiven Feste, also

Darum sehet, ich sende Propheten etc. Matth. 23., od. Jesus sprach zu Petrus etc. Joh. 21., oder Von den unschuldigen Kindern. Matth. 2.

I. nach Epiphania. Wenn der 6. Januar kein Sonntag ist: In excelso throno. Als Jesus 12 Jahre alt war. Luk. 2. — Wenn der 6. Januar ein Sonntag ist: Ecce advenit dominator. Des andern Tages sah Johannes Jesum zu sich kommen. Joh. 1.

II. nach Epiph.: Omnis terra. Von der Hochzeit zu Kana. Joh. 2.

III. nach Epiph.: Adorate Deum I. Von des Hauptmanns Knechte. Matth. 8.

IV. nach Epiph.: Adorate Deum II. Vom Schifflein Christi. Matth. 8.

V. nach Epiph.: Adorate Deum III. Vom guten Samen und Unkraut. Matth. 13.

VI. nach Epiph.: Adorate Deum IV. Vom Senfkörnlein. Matth. 13.

Septuagesima. Circumdederunt. Vom Weinberge. Matth. 20.

Sexagesima. Exurge. Von vielerlei Äckern. Luk. 8.

Quinquagesima. Esto mihi. Vom Blinden am Wege. Luk. 18.

I. Fastensonntag. Quadragesima. Invocavit. Von der Versuchung Christi. Matth. 4.

II. Fastensonntag. Reminiscere. Von der Verklärung Christi. Matth. 17.

III. Fastensonntag. Oculi. Jesus treibt einen Teufel aus. Luk. 11.

IV. Fastensonntag. Laetare. (Dominica de rosa.) Jesus speiset 5000 Mann. Joh. 6.

V. Fastensonntag. Judica. (Dominica Passionis. Schwarzer Sonntag.) Die Juden wollten Jesum steinigen. Joh. 8.



VI. Fastensonntag. Dominica Palmarum. (Pascha florum. Hosanna. Domine ne longe.) Vom Einzuge Christi. Matth. 21.

Ostersonntag. Pascha. (Dies resurrectionis, dies azymorum.) Von der Auferstehung Jesu. Mark. 16.

I. nach Ostern. Quasi modo geniti. (Clausum Pascha. Weisser Sonntag.) Jesus kömmt bei verschlossenen Thüren. Joh. 20.

II. nach Ostern. Misericordias Domini. Vom guten Hirten. Joh. 10.

III. nach Ostern. Jubilate. Über ein Kleines werdet ihr mich etc. Joh. 16.

IV. nach Ostern. Cantate. Ich gehe zu dem, der mich gesandt hat. Joh. 16.

V. nach Ostern. Rogate. So ihr den Vater bitten werdet. Joh. 16.

VI. nach Ostern. Exaudi. Wenn der Tröster kommen wird. Joh. 15.

Pfingstsonntag. Pentecoste. Wer mich liebt, der wird meine Gebote halten. Joh. 14.

I. nach Pfingsten. Dreifaltigkeitsonntag. Domine in tua. Mir ist alle Gewalt gegeben. Matth. 28.

II. nach Pfingsten. Factus est Dominus. Vom grossen Abendmahle. Luk. 14.

III. nach Pfingsten. Respice in me. Vom verlornen Schafe. Luk. 15.

IV. nach Pfingsten. Dominus illuminatio mea. Vom reichen Fischzuge. Luk. 5.

V. nach Pfingsten. Exaudi Domine. Von der wahren Gerechtigkeit. Matth. 5.

VI. nach Pfingsten. Dominus fortitudo. Jesus speiset 4000 Mann. Mark. 8.

VII. nach Pfingsten. Omnes gentes. Von den falschen Propheten. Matth. 7.

VIII. nach Pfingsten. Suscepimus. Vom ungerechten Haushalter. Luk. 16.



- IX.** nach Pfingsten. *Ecce Deus adjuvat.* Von der Zerstörung Jerusalems. Luk. 19.
- X.** nach Pfingsten. *Cum clamarem.* Vom Publiken und Pharisäer. Luk. 18.
- XI.** nach Pfingsten. *Deus in loco sancto.* Vom Tauben und Stummen. Mark. 7.
- XII.** nach Pfingsten. *Deus in adjutorium.* Vom barmherzigen Samaritan. Luk. 10.
- XIII.** nach Pfingsten. *Respice domine.* Von den zehn Aussätzigen. Luk. 17.
- XIV.** nach Pfingsten. *Protector noster.* Niemand kann zwei Herren dienen. Matth. 6.
- XV.** nach Pfingsten. *Inclina Domine.* Von der Wittwe zu Naim. Luk. 7.
- XVI.** nach Pfingsten. *Miserere mihi.* Vom Wassersüchtigen. Luk. 14.
- XVII.** nach Pfingsten. *Justus es Domine.* Vom grössten Gebote. Matth. 22.
- XVIII.** nach Pfingsten. *Da pacem.* Vom Gichtbrüchigen. Matth. 9.
- XIX.** nach Pfingsten. *Salus populi.* Vom hochzeitlichen Kleide. Matth. 9.
- XX.** nach Pfingsten. *Omnia quae fecisti.* Von des Königs kranken Sohne. Joh. 4.
- XXI.** nach Pfingsten. *In voluntate tua.* Von des Königs Rechnung. Matth. 18.
- XXII.** nach Pfingsten. *Si iniquitates.* Vom Zinsgroschen. Matth. 23.
- XXIII.** nach Pfingsten. *Dicit Dominus I.* Von des Jairi Töchterchen. Matth. 9.
- XXIV.** nach Pfingsten. *Dicit Dominus II.* Von des Hauptmanns Knechte. Matth. 8. (1
- XXV.** nach Pfingsten. *Dicit Dominus III.* Vom Schifflein Christi. Matth. 8. (2
- XXVI.** nach Pfingsten. *Dicit Dominus IV.* Vom guten Samen und Unkraut. Matth. 13. (3



**XXVII. nach Pfingsten. Dicit Dominus V. Vom Senfkörn-**  
**lein. Matth. 13. (4**

**XXVIII. nach Pfingsten. Dicit Dominus VI. Vom Gräuel**  
**der Verwüstung. Matth. 24. (5**

**I. Advent. Ad de levavi. Es werden Zeichen geschehen.**  
**Luk. 21.**

**II. Advent. Populus Sion. Vom Johannes im Gefängnisse.**  
**Matth. 11.**

**III. Advent. Gaudete. Vom Zeugnisse Johannis. Joh. 1.**

**IV. Advent. Orate coeli. Im 15. Jahre des Kaisers Tibe-**  
**rius. Luk. 3.**

**Sonntag nach Weihnacht. Christi Eltern verwunderten**  
**sich. Luk. 2.**

Von den Evangelien an den letzten Sonntagen vor dem  
 Advent werden genommen:

für 27 Sonntage nach Pfingsten 2, 3, 4, 5

für 26       "       "       "       "       3, 4, 5

für 25       "       "       "       "       4, 5

für 24       "       "       "       "       5

für 23 kommt 5 an die Stelle des Evangeliums von des  
 Jairi Töchterchen.

Die Oktave wird so gezählt, dass ihr Festtag der erste Tag  
 ist. — Die mit Numern bezeichneten Sonntage haben im Kalender  
 den Sonntagsbuchstaben neben der Zahl, die andere bloss jenen  
 stehen.

#### §. 25.

**Erklärung. Andere bewegliche Feste der Ka-**  
**tholiken sind:**

**Aschermittwoch, Mittwoch nach Quinquagesima, Anfang**  
**der Fasten.**

**Mitfasten am Mittwoch nach Oculi.**

**Mariä Verkündigung am 25. März, wenn dieser nicht der**  
**Charfreitag oder Charsamstag ist; in diesem Falle**  
**auf den Montag nach dem weissen Sonntage.**

**Solen. septem dolorum B. V.; Freitag nach Judica.**

**Gründonnerstag, Charfreitag und Charsamtag zunächst**  
**vor dem Ostersonntage.**



**Ostermontag.** Die Jünger gingen nach Emaus. Luk. 24.  
**Solen. lanceae et clavorum;** Freitag nach Quasimodo.  
**Bittwoche** nach Rogate; Montag, Dienstag und Mittwoch  
 sind Bittage mit öffentlichen Umgängen.

**Himmelfahrt Christi** am Donnerstage nach Rogate. Mark. 16.  
**Pfingstmontag.** Gott hat die Welt so sehr geliebt. Joh. 3.  
**Fronleichnamfest** am Donnerstage nach Dreifaltigkeits-  
 sonntag.

**Herzjesufest** am Freitage nach der Oktave des vorigen  
 Festes.

**Skapulierfest** am 16. Julius, oder, wann dieser nicht ein  
 Sonntag ist, am nächstfolgenden Sonntage.

**Portiuncula** am 2. August, oder, wann dieser nicht ein  
 Sonntag ist, am nächstfolgenden Sonntage.

**Joachim** am Sonntage in der Oktave vor Mariä Himmel-  
 fahrt.

**Schutzengelfest** am Sonntage, welcher in die sieben Tage  
 vom 29. August bis 4. September fällt. Matth. 18,  
 1 — 10.

**Mariä Namensfest** am Sonntage nach Mariä Geburt.

**Rosenkranzfest** am 1. Oktober, wann er ein Sonntag ist,  
 oder im Gegenfalle auf den nächstfolgenden Sonntag.

**Allerseelentag** am 2. November, wann er kein Sonntag  
 ist; in diesem Falle am nächsten Montage.

Alle übrigen Feste und Namenstage sind unbeweglich, und kön-  
 nen aus jedem Kalender gesehen werden. Benno wird als Lan-  
 despatron in allen Gegenden gefeiert, welche ehemals dem Her-  
 zogthume Bayern angehört haben.

## §. 26.

**Erklärung.** Von den 4 Quatembermittwochen  
 der Katholiken sind zwei beweglich, nämlich jener zwi-  
 schen dem ersten und zweiten Fastensonntage und jener  
 in der Pfingstwoche; die andern zwei sind unbeweglich,  
 und fallen zwischen den 15. und 21. September, und zwi-  
 schen den 14. und 20. December, oder auf diese Tage  
 selbst. Sind aber der 14. September und 13. December



Mittwoche, so sind die diesen Tagen nächstfolgenden Mittwoche die Quatembermittwoche. — Gebotene Fasttage sind alle Mittwoche, Freitage und Samstage in den Quatemberwochen; alle Mittwoche und Freitage in den Adventswochen; der Gründonnerstag, Charfreitag u. Char Samstag; endlich die Vigilien oder der Tag vor Pfingsten, Johann Baptist, Peter und Paul, Mariä Himmelfahrt, Allerheiligen, Mariä Empfängniss und Weihnacht. Fällt eine dieser Vigilien auf einen Sonntag, so kömmt der Fasttag auf den vorhergehenden Sonnabend, selbst wann dieser ein Festtag wäre.

### §. 27.

Anmerkung. Die Protestanten feiern in den meisten Ländern zugleich mit den Katholiken: den Neujahrstag, Epiphania, Charfreitag, Ostersonntag u. Ostermontag, Christi Himmelfahrt, Pfingstsonntag und Pfingstmontag, Johann den Täufer, Allerheiligen, Weihnacht, Mariä Lichtmess (Reinigung) und Mariä Verkündigung. Jedoch in der Anordnung ihrer Namenstage unterscheiden sie sich von den Katholiken; auch feiern sie nicht den Aschermittwoch und das Fronleichnamfest; dagegen (in Bayern) das Ärntefest am 30. September, wann er ein Sonntag ist, oder im Gegenfalle am ersten Sonntage im Oktober, und das Reformationsfest am 31. Oktober, wann er ein Sonntag ist, oder im Gegenfalle am nächsten Sonntage. Ihre Sonntage zählen sie mit den Katholiken gleichförmig, ausgenommen die Sonntage zwischen Dominica Trinitatis und Advent, die sie I., II. u. s. w. Sonntag nach Trinitatis nennen. Unter den Evangelien der Protestanten weichen folgende von denen des katholischen Kalenders ab:

Quinquagesima. Jesu verkündet sein Leiden. Luk. 18.

Reminiscere. Vom kananäischen Weibe. Matth. 15.

I. nach Trinit. Vom reichen Manne. Luk. 16.

II. nach Trinit. Vom grossen Abendmahle. Luk. 14.



- III. nach Trinit. Vom verlorenen Schafe. Luk. 15.  
 IV. nach Trinit. Seyd barmherzig, wie auch etc. Luk. 6.  
 V. nach Trinit. Vom Fischzuge Petri. Luk. 5.  
 VI. nach Trinit. Das katholische vom V. Sonntage nach Pfingsten, u. s. w. bis zum Advent; nur heisst jenes am XVI. nach Trinit. Vom Jünglinge zu Naim. Luk. 7.  
 I. Advent. Vom Einzuge Christi. Matth. 21.  
 II. Advent. Es werden Zeichen geschehen. Luk. 21.  
 III. Advent. Vom Johannes im Gefängnisse. Matth. 11.  
 IV. Advent. Vom Zeugnisse Johannis. Joh. 1.

Am Sonntage zwischen Neujahr und Epiphania steht im protestantischen Kalender immer das Evangelium von der Flucht nach Egypten. Matth. 2.

#### §. 28.

Anmerkung. Sehr gute Hülfsmittel zum Studium der vorhergehenden Elemente der Chronologie sind der bei Lotter in Augsburg erschienene immerwährende Kalender und sein ergänzendes Gegenstück: Dreifacher julianischer Ostercyclus f. d. J. 1 bis 1596 christlicher Zeitrechnung, verfasst vom Königl. Lycealrector Weigl und im Verlage des Lythographen Niedermayr in Regensburg.



## V e r b e s s e r u n g e n .

---

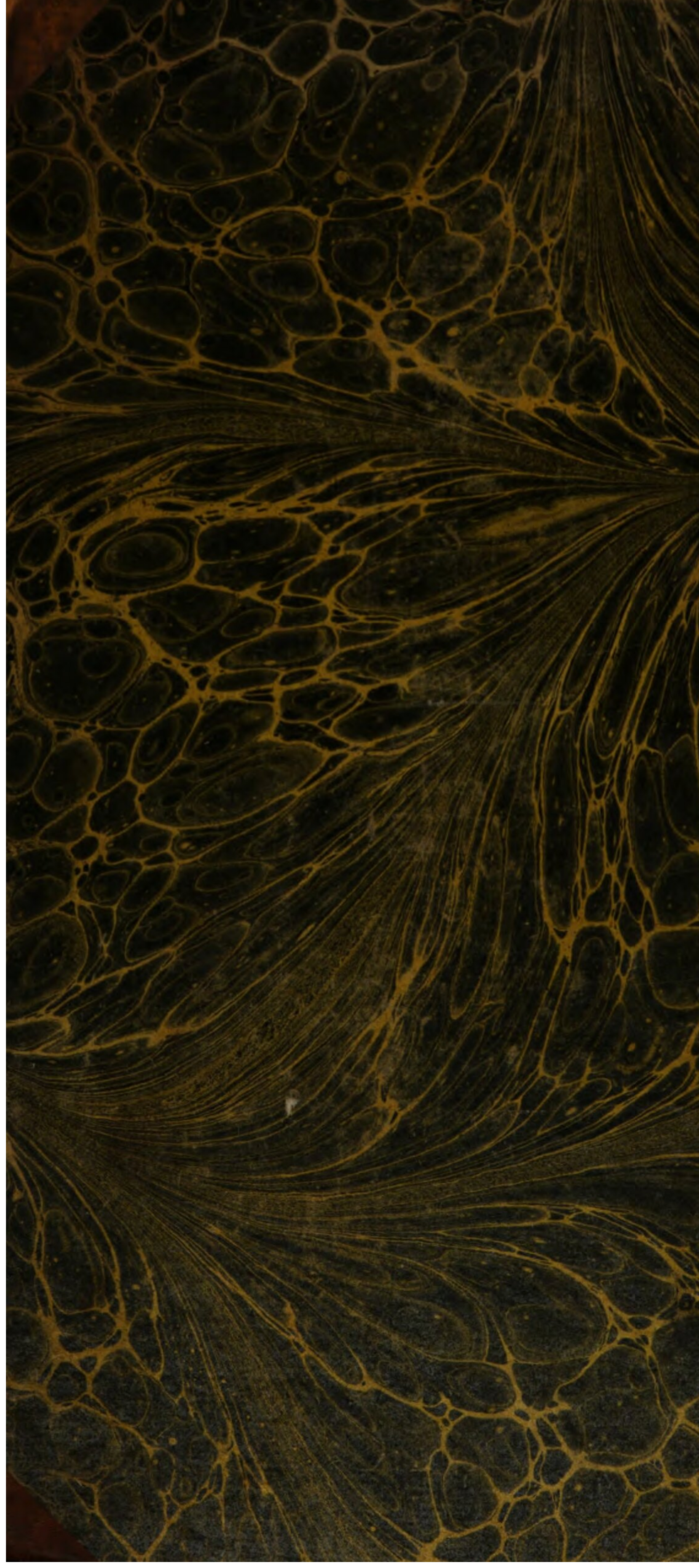
|       |      |       |        |                                                                                                                                                |
|-------|------|-------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Seite | 19.  | Zeile | 31.    | PL + LR statt PL = LR.                                                                                                                         |
|       | 21.  |       | 14.    | b'f statt bf.                                                                                                                                  |
|       | 26.  |       | 18.    | 1,3576 statt 1,13576.                                                                                                                          |
|       | 32.  |       | 27.    | SF statt GF.                                                                                                                                   |
|       | 44.  |       | 6.     | ist nach dem Worte Deklination einzuschalten: Aus (23.) findet man $\sin \alpha = \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{cotg} \omega$ . |
|       | 44.  |       | 26.    | $\frac{\sin \omega}{\cos \lambda}$ statt $\frac{\cos \varphi}{\sin s}$ .                                                                       |
|       | 56.  |       | 22.    | omn > gfh statt omn < gfh.                                                                                                                     |
|       | 60.  |       | 20.    | m + a + km statt M + a + km.                                                                                                                   |
|       | 63.  |       | 19.    | $\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta$ statt $\operatorname{tg} \cdot \operatorname{tg} \delta$ .                          |
|       | 64.  |       | 9.     | $\cos 180^\circ$ statt $\cos 90^\circ$ .                                                                                                       |
|       | 68.  |       | 8.     | ist nach dem Worte Mittag einzuschalten: und die Culminationszeit eines Sternes.                                                               |
|       | 75.  |       | 8. 10. | 1'' statt 1'.                                                                                                                                  |
|       | 94.  |       | 2.     | folg. ist immer O für o zu setzen.                                                                                                             |
|       | 95.  |       | 13.    | 2AC statt AC.                                                                                                                                  |
|       | 95.  |       | 22.    | FB statt AB.                                                                                                                                   |
|       | 100. |       | 11.    | 2s statt s.                                                                                                                                    |
|       | 109. |       | 25.    | SZR statt PZR.                                                                                                                                 |
|       | 128. |       | 4.     | g statt G.                                                                                                                                     |
|       | 141. |       | 26.    | Venus statt Erde.                                                                                                                              |
|       | 152. |       | 3.     | ac statt ab.                                                                                                                                   |
|       | 152. |       | 14.    | $3r^2$ statt $r^2$ .                                                                                                                           |
|       | 173. |       | 6.     | 350 statt 250.                                                                                                                                 |
|       | 184. |       | 21.    | 1'' statt 1'.                                                                                                                                  |

---











Schmöger, Ferdinand von

Die ersten Elemente der Astronomie und Chronologie

Regensburg 1830

Astr.u. 182 m

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10061129-2